

**Cálculo para Informática (21157)**  
**2<sup>a</sup> Actividade Fomativa**

1 Calcule o limite  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + \sin^3(x))}{x^3}$

Sugestão: Use a regra da Substituição.

2 Prove que a sucessão  $x_n$  tal que  $x_1 = 1$  e  $x_{n+1} = \sqrt{x_n} - \frac{1}{4}$  é convergente e calcule o seu limite.

Sugestão: Tenha em consideração que se  $f : R \rightarrow R$  é uma função contínua e se  $x_n \xrightarrow[n \rightarrow +\infty]{} x$  então  $f(x_n) \xrightarrow[n \rightarrow +\infty]{} f(x)$

3 Seja  $f : R \rightarrow R$  uma função par, se  $f$  é diferenciável no ponto  $a > 0$ , com  $f'(a) = k$  calcule  $f'(-a)$ .

4 Ache o ponto da parábola  $y = x^2$  que está mais próximo do ponto  $A = \left(2, \frac{1}{2}\right)$ .

5 Seja  $f : R \rightarrow R$  definida por  $f(x) = x^3 + x - 1$ . Prove que a função  $f$  tem uma única raiz em  $R$

6 Prove que a função  $f(x) = x^{10} + x^2 - 1$  tem duas e somente duas raízes em  $R$ .

7 Prove que  $\log(1 + x) - \log(x) < \frac{1}{x}$  para  $x \in ]0, +\infty[$

8 Prove que o rectângulo de área máxima para um dado perímetro é um quadrado.

9 Calcule o limite  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}(x) - x + \frac{x^3}{6}}{\operatorname{sen}^5(x)}$  Justifique

10 Calcule o limite  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - 2 \cos(x) - x^2}{\operatorname{tg}^2(x) - \operatorname{sen}^2(x)}$  Justifique

11 Calcule o limite  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x}{x-1} - \frac{1}{\log(x)} \right)$  Justifique.

12 Calcule o limite  $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\operatorname{tg}(x))^{tg(2x)}$  Justifique.

13 Prove que  $8 + \frac{1}{9} < \sqrt{66} < 8 + \frac{1}{8}$