21073 - Introdução às probabilidades e estatística bayesianas

Ano lectivo 2016/16

Docente: António Araújo

e-fólio A

Para a resolução do e-fólio, aconselha-se que:

- Verifique se o ficheiro que recebeu está correcto. O e-fólio consiste de 1 páginas com 4 problemas e termina com a palavra FIM.
- Como o e-fólio tem um tempo prolongado de resolução, espera-se que as respostas que enviar estejam legíveis, com boa apresentação e organização. Deve fazer à parte o trabalho auxiliar e enviar apenas uma versão final, "limpa". Deve digitalizar a sua resolução de forma legível, ou executá-la directamente em formato digital (aceita-se word, pdf, ou scans em jpeg, png ou tiff - se usar varios ficheiros envie apenas um arquivo com todos eles, em rar ou zip). Respostas ilegíveis não serão cotadas, por isso verifique bem o seu ficheiro antes de enviar.
- Justifique cuidadosamente todas as suas respostas. Apresente todos os cálculos que julgue necessários para a compreensão do seu raciocínio.
- Tenha em atenção o prazo de entrega do e-fólio e as indicações para submeter a resolução disponibilizadas na sala de aulas virtual.
- O e-fólio é um trabalho individual. Pode utilizar recursos externos (pesquisa online, literatura, etc) mas não pode pedir ajuda a terceiros nem discutir os problemas com os seus colegas.

Critérios de avaliação e cotação:

- Este e-fólio tem a cotação total de 4 valores, assim distribuídos: cada questão vale 1 valor.

Por favor preencha os seus dados:

- Nome:
- B.I:
- Nº de Estudante
- Curso:

1. Considere a seguinte proposta de silogismo fraco:

$$p(B|\overline{A}, A \Rightarrow B) \leq p(B|A \Rightarrow B)$$

Descreva o seu significado "por palavras". Será verdadeiro? Demonstre que sim ou que não.

2. Suponha que A_1, A_2, X, C são proposições, e que

1) $p(A_1A_2|CX) = p(A_1|CX)p(A_2|CX)$,
2) $p(C|X) = 0.5,\ p(A_1|CX) = 0.1,\ p(A_2|CX) = 0.2$
3) $p(A_1|\overline{C}X) = 0.5,\ p(A_2|\overline{C}X) = 0.4$.

Calcule $p(C|A_1A_2X)$.

3. Sejam $A_1, \ldots, A_n, X, C$ proposições. Suponhamos que, dado X, as A_i são mutuamente exclusivas, isto é, $p(A_iA_j|X) = 0$ para todo o $i \neq j$.

Mostre que

$$p(C|(A_1 + \ldots + A_n)X) = \frac{\sum_i p(A_i|X)p(C|A_iX)}{\sum_i p(A_i|X)}.$$

4. Sejam X, Y, Z proposições. Diz-se que X é independente de Y sabendo (ou "condicionado a") Z se $p(X|YZ) = p(X|Z)$. Mostre que

a) X é independente de Y sabendo Z se e só se $p(XY|Z) = p(X|Z)(Y|Z)$.

b) Se X é independente de Y sabendo Z então Y é independente de X sabendo Z.

c) Se X é independente de Y sabendo Z então não-X também é independente de Y sabendo Z.

FIM