UNIVERSIDADE ABERTA www.univ-ab.pt

e-Fólio B

Computação Numérica

21021

Instruções para elaboração deste e-Fólio
Da sua resolução do efolio devem constar dois tipos de ficheiros: (1) ficheiros .m com o código Octave a ser executado e (2) um documento de texto com comentários ao código. Todos estes ficheiros devem ser compactados e colocados num únco ficheiro .ZIP, de nome [cnum_n.aluno_nome_efB.zip]. Exemplo: cnum_000001_nsousa_efB.zip. Para incluir fórmulas no documento de texto pode usar o editor de fórmulas do seu processador de texto ou gerá-las à parte.
Entregar até às **23:55 h do dia 22 de novembro**, por via da plataforma.
Este efolio é um trabalho *individual* e tem a cotação máxima de 5 valores.

Construa em Octave as duas rotinas seguintes, e aplique-as num caso concreto:

1. **(3,5 val)** A primeira deve executar a decomposição de Cholesky, $A = LL^T$, descrita na página 129 do livro de texto. Para esse efeito note que:
   a. A rotina tem como variável de entrada uma matriz A e como saída a matriz L. Poderá, eventualmente, devolver outras quantidades que julgar relevantes.
   b. A rotina deve verificar se a matriz de entrada é quadrada e devolver uma mensagem de erro se tal não for o caso.
   c. O algoritmo de Cholesky pode ser usado em qualquer matriz quadrada A, mesmo que A não seja positiva-definida. Se A não for, de facto, positiva-definida, duas coisas podem acontecer:
      i. Um dos elementos L_{ii} pode ser nulo e o algoritmo produz uma divisão por zero. Nesse caso o programa deve, antes de tal divisão acontecer, devolver uma mensagem de erro.
      ii. Se nenhum elemento L_{ii} for nulo, o algoritmo terminará, mas as matrizes L e L^T encontradas não reproduzirão o resultado $LL^T = A$. A rotina deve verificar, dentro do limite de precisão numérica do Octave, se no final $LL^T \neq A$ e devolver uma mensagem de erro nesse caso.
   d. Se aplicar à risca o algoritmo da página 129, note que terá sempre de gerar o elemento L_{21} antes de gerar L_{22} e assim por diante. Por essa razão, se decidir aplicar o algoritmo tal como vem no livro, deve ter cuidado com a ordem das operações. Em alternativa, pode implementar o algoritmo de uma forma ligeiramente diferente, mas equivalente.

2. **(1,5 val)** A segunda rotina deve recorrer à primeira para resolver o sistema de equações lineares $Ax = b$. Esta rotina:
   a. Tem como variáveis de entrada uma matriz quadrada A e um vetor-coluna b. Como variável de saída deve devolver o vetor-coluna x.
   b. A rotina deve verificar se as dimensões das matrizes de entrada são compatíveis.
   c. Em seguida, usa a primeira rotina para obter a decomposição LL^T e deve devolver uma mensagem de erro se a decomposição não for possível.
   d. Por fim, a rotina usa os algoritmos de substituição direta e inversa (c.f. p.ex. livro de texto, págs. 103, 104 e 127) para obter x.

e. Aplique as duas rotinas obtidas num sistema de equações resolúvel pelo método de Cholesky. Tanto A como b são à sua escolha, mas A tem de ser positiva-definida.

Se preferir, pode implementar as duas rotinas no mesmo ficheiro .m. Se o fizer, indique claramente as variáveis de entrada e saída que o ficheiro utiliza.

Critérios de correção:

Todas as rotinas devem estar devidamente comentadas no ficheiro de texto a entregar conjuntamente com os scripts. A ausência de quaisquer comentários implica 0 valores neste trabalho. O estudante terá a cotação máxima de 5 valores se as rotinas .m funcionarem, cumprirem com todos os requisitos pedidos neste enunciado e se explicar adequadamente a implementação dos algoritmos.

Bom trabalho a todos!