e-Fólio A

Física Geral
21048

Instruções para elaboração deste e-Fólio

Documento de texto, .DOC, .PDF ou .PS; fonte 11 ou 12; espaçamento livre; máximo 6 páginas.
Pode incluir desenhos, várias cores e pode inclusive juntar elementos aos desenhos do próprio e-Fólio.
Para incluir fórmulas pode usar o editor de fórmulas do seu processador de texto ou gerá-las à parte.
Entregar até às **23:55 h do dia 2 de dezembro**, por via da plataforma.

Critérios de correção: (para cada questão as percentagens oscilarão nos intervalos indicados)
20 ± 10% Rigor científico na identificação dos princípios físicos em jogo.
40 ± 10% Rigor científico da colocação do problema em equação.
40 ± 10% Rigor dos cálculos, expressão e (se aplicável) interpretação corretas dos resultados.

Este e-Fólio tem a cotação máxima de 4 valores.

Nos problemas abaixo, considere $g = 9{,}8$ m/s^2 e dê as suas respostas em unidades SI.

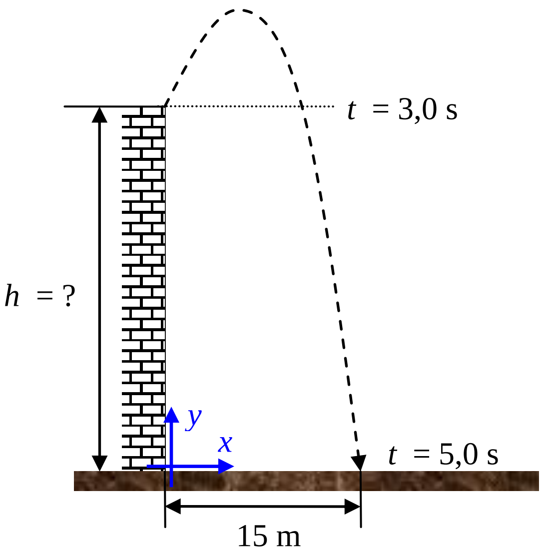
1. Uma pedra é atirada da borda de um prédio, como indicado na figura, indo cair a 15 m desse prédio 5,0 s depois do lançamento. Sabe-se também que 3,0 s após o lançamento, a pedra está exatamente ao mesmo nível a que foi lançada. Tratando a pedra como um corpo pontual, calcule:

a. **(0,5 val)** As componentes da velocidade no instante do lançamento.

b. **(0,3 val)** A altura *h* do prédio.

c. **(0,2 val)** O vetor velocidade média de desde o lançamento até à chegada ao solo, e o seu módulo. Utilize um referencial qualquer à sua escolha.

Marquemos na figura um referencial *xy*, com origem no local no nível do solo onde se dá o lançamento. (c.f. figura)



Neste referencial o a posição da pedra é descrita por: (g = 9,8 m/s^2)

$$\begin{cases} x = x_0 + v_{0x}t \\ y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 0 + v_{0x}t \\ y = h + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

(a) O enunciado diz-nos que $y(t = 3{,}0\text{ s}) = h$. Se repararmos bem, se substituirmos este facto na expressão de y podemos obter v_{0y}: (entre parêntesis o resultado a 2 AS)

$$h = h + v_{0y}(3{,}0\text{ s}) - \left(4{,}9\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(3{,}0\text{ s})^2 \Leftrightarrow v_{0y} = \frac{\left(4{,}9\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(3{,}0\text{ s})^2}{(3{,}0\text{ s})} \Leftrightarrow v_{0y} = 14{,}7\frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \left(15\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$$

Quanto a v_{0x}, esta grandeza pode ser obtida conjugando a expressão para x com factos descritos no enunciado, desta feita que $x(t = 5{,}0\text{ s}) = 15$ m:

$$15\text{ m} = 0 + v_{0x}(5{,}0\text{ s}) \Leftrightarrow v_{0x} = 3{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(b) Também a altura h pode ser obtida substituindo factos do enunciado na expressão de y, nomeadamente que $y(t = 5{,}0\text{ s}) = 0$. Isto dá-nos:

$$0 = h + v_{0y}(5{,}0\text{ s}) - \left(4{,}9\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(5{,}0\text{ s})^2 \Leftrightarrow h = \left(4{,}9\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(5{,}0\text{ s})^2 - \left(14{,}7\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)(5{,}0\text{ s}) \Leftrightarrow h = 49{,}0\text{ m} \quad (49\text{ m})$$

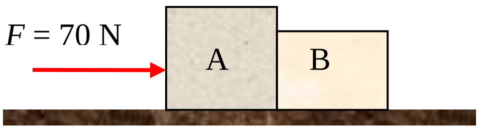
(c) Basta notar que no referencial indicado $\vec{r}_f = (15\text{ m})\,\hat{\mathbf{i}}$ e $\vec{r}_i = (49\text{ m})\,\hat{\mathbf{j}}$ e aplicar a definição de velocidade média. Vem simplesmente

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{(15\text{ m})\,\hat{\mathbf{i}} - (49\text{ m})\,\hat{\mathbf{j}}}{5{,}0\text{ s}} \Leftrightarrow (3{,}0\text{ m})\,\hat{\mathbf{i}} - (9{,}8\text{ m})\,\hat{\mathbf{j}}$$

O módulo é, a 2 AS,

$$v_m = |\vec{v}_m| = \sqrt{v_{mx}^2 + v_{my}^2} \Leftrightarrow v_m = \sqrt{(3{,}0\text{ m})^2 + (9{,}8\text{ m})^2} = 10{,}24\frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \left(10\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$$

2. Na figura abaixo estão dois blocos, A e B (respetivamente 12 kg e 8,0 kg de massa), sendo que A, é empurrado por uma força de intensidade F = 70 N. Entre o chão e os blocos existe atrito, cujo coeficiente estático é 0,30 (estático) e o cinético é desconhecido, mas igual para ambos. Sob a ação da força F, o conjunto adquire uma aceleração de módulo 2,4 m/s^2. No seguinte, trate os corpos como pontuais.

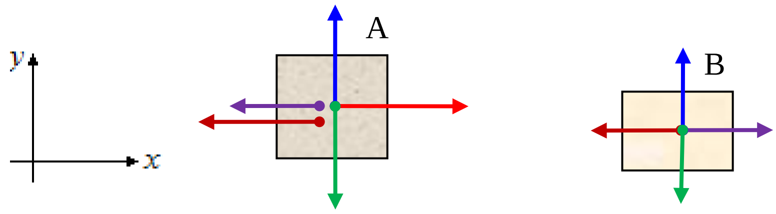


a. **(0,3 val)** Marque as forças que atuam nos dois blocos em diagrama de corpo livre.

b. **(0,5 val)** Calcule o coeficiente de atrito cinético entre os blocos e o chão e o módulo da força de contacto entre A e B.

c. **(0,5 val)** Se a força F tivesse intensidade 40 N e os blocos estivessem inicialmente em repouso, qual seria a aceleração do sistema?

(a) Diagrama de corpo livre:



A verde temos pesos, a azul normais, a vermelho escuro atritos cinéticos, a roxo as forças de contacto AB (que formam um par ação-reação) e a vermelho claro a força de tração mencionada no enunciado.

(b) Apliquemos a 2ª lei de Newton aos dois corpos, segundo o referencial indicado na figura. Temos, escrevendo já as componentes em termos de módulos e designando a magnitude da aceleração por a:

$$\Sigma\vec{F} = m\vec{a} \rightarrow \begin{cases} A, x: \ -f_{kA} - F_{AB} + F = m_A a \\ A, y: \ -F_{gA} + F_{NA} = 0 \\ B, x: \ F_{AB} - f_{kB} = m_B a \\ B, y: \ -F_{gB} + F_{NB} = 0 \end{cases}$$

Substituindo valores conhecidos do enunciado e aplicando a forma do atrito cinético de deslizamento $f_k = \mu_k F_N$ temos, no SI: (note-se que o enunciado também diz que $\mu_{kA} = \mu_{kB} = \mu_k$)

$$\begin{cases} -\mu_k F_{NA} - F_{AB} + 70 = 12 \cdot (2{,}4) \\ F_{NA} = F_{gA} = 117{,}6 \text{ N} \\ F_{AB} - \mu_k F_{NB} = 8{,}0 \cdot (2{,}4) \\ F_{NB} = F_{gB} = 78{,}4 \text{ N} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -117{,}6\,\mu_k - F_{AB} + 70 = 28{,}8 \\ \ldots \\ F_{AB} - 78{,}4\,\mu_k = 19{,}2 \\ \ldots \end{cases}$$

Somando as duas equações F_{AB} anula-se e obtemos:

$$(-117{,}6\,\mu_k - F_{AB} + 70) + (F_{AB} - 78{,}4\,\mu_k) = 28{,}8 + 19{,}2 \Leftrightarrow -196{,}0\,\mu_k = -22{,}0 \Leftrightarrow \mu_k = 0{,}1122 \quad (0{,}11)$$

Substituindo este resultado na 2ª equação vem, a 2 AS,

$$F_{AB} - 78{,}4 \cdot (0{,}1122) = 19{,}2 \Leftrightarrow F_{AB} = 28 \text{ N}$$

(c) Se a força de tração baixar, deixa de ser óbvio que o sistema possa deslocar-se. Há pois que verificar se porventura a força de 40 N é suficiente para vencer o atrito estático e fazer mover o sistema. A maneira mais simples de verificar isto é tratar os dois blocos como um só, de 20 kg, com coeficiente de atrito estático 0,30. Ora a força de atrito estático máxima neste caso é

$$f_s^{max} = \mu_s F_N \rightarrow f_s^{max} = 0{,}30 \cdot (20 \text{ kg}) \cdot \left(9{,}8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) = 58{,}8 \text{ N}$$

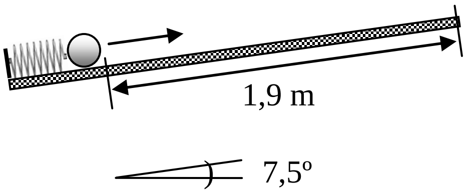
Ora como este valor é superior à força de tração, os dois blocos permanecerão estáticos. A aceleração será portanto nula.

3. Numa máquina de flíper (*pinball*), a bola é lançada ao jogo por uma mola, comprimida e depois largada, que comunica à bola o impulso necessário para a fazer subir por uma calha inclinada até ao topo da mesa de jogo, de onde depois desce, iniciando a jogada. A bola tem 80 g de massa e a inclinação da mesa é de 7,5º. A calha tem 1,9 m de comprimento (medidos desde o local de desprendimento da bola e o topo) e a mola constante elástica de 72 N/m. Sabendo que o coeficiente de atrito de rolamento entre a calha e a bola é de 0,015 e tratando este atrito como se de atrito cinético comum se tratasse,

a. **(0,3 val)** Calcule o módulo do impulso que a bola recebe da mola para uma compressão de 6,0 cm. Considere a contribuição do peso e atrito no lançamento da bola como aproximadamente nula.

b. **(0,6 val)** Verifique que a compressão acima não é suficiente para iniciar a jogada.

c. **(0,3 val)** Calcule a compressão mínima necessária para iniciar a jogada.



(a) A definição de impulso de uma força (constante) é $\vec{I} = \vec{F}\Delta t$. Ora como o enunciado nada nos diz sobre o tempo, além de que a força elástica varia com o tempo, não podemos usar esta fórmula para calcular o impulso. Há pois que usar ao invés o teorema de impulso-momento, que nos diz que $\vec{I} = \Delta\vec{p}$. Ora o momento linear incial ($\vec{p}_i = m\vec{v}_i$) da bola é 0 (parte do repouso) e o final ($\vec{p}_f = m\vec{v}_f$) pode ser calculado da conservação de energia mecânica, dado que no lançamento apenas atua a força elástica, que é conservativa (o enunciado indica para considerar o peso e atrito aproximadamente nulos). Ora como a bola se desprende quando o elongamento x da mola é nulo, temos, aplicando a expressão para a energia potencial elástica,

$$\Delta E_m = 0 \Leftrightarrow E_{mi} = E_{mf} \Leftrightarrow E_{ci} + E_{p.elast,i} = E_{cf} + E_{p.elast,f} \rightarrow \frac{1}{2}mv_i^2 + \frac{1}{2}kx_i^2$$
$$= \frac{1}{2}mv_f^2 + \frac{1}{2}kx_f^2 \Leftrightarrow 0 + \frac{1}{2}\left(72\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}\right)(0{,}060\ \mathrm{m})^2 = \frac{1}{2}(0{,}080\ \mathrm{kg})v_f^2 + 0 \Leftrightarrow v_f$$
$$= \sqrt{\frac{\left(72\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}\right)(0{,}060\ \mathrm{m})^2}{0{,}080\ \mathrm{kg}}} = 1{,}80\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

e por conseguinte (2 AS)

$$I = \Delta p \rightarrow I = m(v_f - v_i) = (0{,}080\ \mathrm{kg})\left(1{,}80\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 0\right) = 0{,}14\ \mathrm{N.s}$$

(b) Para iniciar a jogada, a bola tem de conseguir chegar ao topo da mesa de jogo. A energia cinética perdida desde a mola até ao topo é $\Delta E_c = W_{tot}$ (1º teorema de trabalho-energia). Escrevendo explicitamente o trabalho total e aplicando $W_{F_g} = -\Delta E_{pg} = -mg\Delta h$ e a definição de trabalho para a força de atrito,

$$\Delta E_c = W_{tot} \rightarrow \Delta E_c = W_{F_g} + W_{f_k} = -mg\Delta h + \vec{f}_k \cdot \Delta\vec{r}$$

É fácil de ver que o desnível Δh entre o início e fim da calha é $\Delta h = (1{,}9\ \mathrm{m})\,\mathrm{sen}(7{,}5^0) = 0{,}248\ \mathrm{m}$, logo que

$$-mg\Delta h = -(0{,}080\ \mathrm{kg})(9{,}8\ \mathrm{m/s^2})(0{,}248\ \mathrm{m}) = -0{,}1944\ \mathrm{J}$$

e que

$$\vec{f}_k \cdot \Delta\vec{r} = f_k \Delta r \cos(f_k, \Delta r) = (\mu_k F_N)(1{,}9\text{ m})(-1) = -[0{,}015 \cdot mg \cos(7{,}5^0)](1{,}9\text{ m}) = -0{,}0221\text{ J}$$

Juntando tudo temos $\Delta E_c = -0{,}1944\text{ J} - 0{,}0221\text{ J} = -0{,}2165\text{ J}$ $(-0{,}22\text{ J})$. Ora como a bola é lançada com energia cinética de ('lanc.' significa 'no instante de lançamento')

$$E_{c,\text{lanc.}} = \frac{1}{2}mv_{\text{lanc.}}^2 = \frac{1}{2}(0{,}080\text{ kg})\left(1{,}80\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 0{,}1296\text{ J} \quad (0{,}13\text{ J})$$

concluímos que será impossível a bola chegar ao topo: ela só tem 0,13 J para perder, e completar a subida requereria a perda de 0,22 J.

(c) O cálculo efetuado na alínea (b) torna simples calcular a compressão mínima para começar uma jogada: a bola terá de ser lançada com pelo menos 0,22 J de energia cinética o que, pelo mesmo argumento da alínea (a), corresponde a uma compressão mínima de

$$E_{p.elast} = E_{c,\text{lanc.}} \to \frac{1}{2}kx_{min}^2 = 0{,}2165\text{ J} \Leftrightarrow x_{min} = \sqrt{\frac{2 \cdot (0{,}2165\text{ J})}{72\text{ N/m}}} = 0{,}0775\text{ m} \quad (7{,}8\text{ cm})$$

4. O tambor de uma máquina de lavar desacelera uniformemente de desde 900 rpm (rotações por minuto) até parar, ao fim de 20,0 s. Calcule:

a. **(0,2 val)** A aceleração angular do tambor.

b. **(0,3 val)** O n.º de rotações que o tambor descreve até parar.

(a) Trata-se de um problema de movimento circular uniformemente variado (MCUV). A aceleração angular inicial pode ser calculada de (1 rot = 2π rad)

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \to \alpha = \frac{\omega_f - \omega_i}{20{,}0\text{ s}} = \frac{0 - 900\text{ rpm}}{20{,}0\text{ s}} = -\frac{900\,\frac{2\pi\text{ rad}}{60\text{ s}}}{20{,}0\text{ s}} \Leftrightarrow \alpha = -\frac{3}{2}\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2} = -4{,}71\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

(b) Quanto às rotações descritas, estas podem ser calculadas da expressão para a posição angular:

$$\Delta\theta = \theta - \theta_0 = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \to \Delta\theta = \left(900\,\frac{2\pi\text{ rad}}{60\text{ s}}\right)(20{,}0\text{ s}) + \frac{1}{2}\left(-\frac{3}{2}\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}\right)(20{,}0\text{ s})^2$$
$$\Leftrightarrow \Delta\theta = 300\pi\text{ rad} = 150\text{ rot}$$