

U.C. 21076
Investigação Operacional

23 de Junho de 2015

- INSTRUÇÕES -

- O estudante deverá responder à prova na folha de ponto e preencher o cabeçalho e todos os espaços reservados à sua identificação, com letra legível.
- Sempre que não utilize o enunciado da prova para resposta, poderá ficar na posse do mesmo.
- No caso de provas com escolha múltipla, **sem grelha de resposta**, deverá indicar a resposta correcta na folha de ponto, indicando o número da pergunta e a resposta que considera correcta.
- No caso de provas com escolha múltipla, **com grelha de resposta, tabela e/ou espaços para preenchimento**, deverá efectuar as respostas no enunciado, pelo que o mesmo deverá ser entregue ao vigilante, juntamente com a folha de ponto, **não sendo permitido ao estudante levar o enunciado**.
- Verifique no momento da entrega da(s) folha(s) de ponto se todas as páginas estão rubricadas pelo vigilante. Caso necessite de mais do que uma folha de ponto, deverá numerá-las no canto superior direito.
- Em hipótese alguma serão aceites folhas de ponto dobradas ou danificadas.
- Exclui-se, para efeitos de classificação, toda e qualquer resposta apresentada em folhas de rascunho.
- Os telemóveis deverão ser desligados durante toda a prova e os objectos pessoais deixados em local próprio da sala de exame.
- A prova é constituída por 6 páginas e termina com a palavra **FIM**. Verifique o seu exemplar e, caso encontre alguma anomalia, dirija-se ao professor vigilante nos primeiros 15 minutos da mesma, pois qualquer reclamação sobre defeito(s) de formatação e/ou de impressão que dificultem a leitura não será aceite depois deste período.
- Utilize unicamente tinta azul ou preta. É permitido o uso de máquina de calcular. Não é permitido o uso de outro tipo de materiais de consulta.
- **Duração: 90 minutos.**
- As questões terão as cotações seguintes:

1.	2.
4.0	8.0

Justifique todas as afirmações e apresente os cálculos realizados para as obter

1. Uma loja emprega um alfaiate para arranjos das roupas compradas pelos clientes. O número de clientes que necessita de arranjos segue aproximadamente uma distribuição de Poisson, com uma taxa média de chegadas de 24 clientes por hora. Os clientes são atendidos por ordem de chegada, estando dispostos a esperar o tempo que for necessário, pois os arranjos são gratuitos. Estima-se que o tempo gasto para atender um cliente seja exponencialmente distribuído, com tempo médio de atendimento de 2 minutos. A sala de arranjos pode acomodar no máximo 10 clientes.

(a) Identifique o modelo para este sistema e determine as seguintes características do sistema:

- λ (taxa média de chegada);
- μ (taxa média de atendimento);
- ρ

Cotação:

1.0 - modelo certo

1.0 - características certas.

(b) Determine:

- o tempo médio de espera na fila por cliente
- o número médio de clientes na fila de espera

Cotação:

2.0 - solução certa

2. Considere um empreendimento caracterizado pelas seguintes atividades, precedências e durações:

Atividades	Precedências	Duração	
		μ	σ
A	-	4	3
B	-	6	1
C	B	8	2
D	A, C	10	1

(a) Trace a rede que representa o empreendimento.

Cotação:

2.0 - solução certa

- (b) Determine a duração total média do empreendimento.

Cotação:

2.0 - solução certa

- (c) Determine o caminho crítico médio (C.C.M.) do empreendimento.

Cotação:

2.0 - solução certa

- (d) Determine, usando a técnica PERT, a probabilidade da duração do empreendimento ser inferior a 10 dias.

Cotação:

2.0 - solução certa

Distribuição normal padrão $\Phi(z) = P(Z \leq z)$

	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990

Formulário de Filas de Espera

Sistema $M/M/1$

$$\lambda_n = \lambda \text{ para } n = 0, 1, \dots$$

$$\mu_n = \mu \text{ para } n = 0, 1, \dots$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$p_0 = 1 - \rho \text{ e } p_n = \frac{\lambda_{n-1} \lambda_{n-2} \cdots \lambda_0}{\mu_n \mu_{n-1} \cdots \mu_1} p_0 \text{ para } n > 0 \text{ (com } \rho < 1)$$

$$\bar{\lambda} = \lambda$$

$$L = \frac{\rho}{1-\rho}$$

$$L_q = \bar{\lambda} W_q$$

$$W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

$$L = \bar{\lambda} W$$

$$W(t) = e^{-t/W} \text{ com } t \geq 0$$

$$W_q(t) = \rho e^{-t/W} \text{ com } t \geq 0$$

Sistema $M/M/s$

$$\lambda_n = \lambda \text{ para } n = 0, 1, \dots$$

$$\mu_n = \begin{cases} n\mu & \text{para } n = 0, 1, \dots, s \\ s\mu & \text{para } n > s \end{cases}$$

$$\rho = \frac{\lambda}{s\mu}$$

$$p_0 = \left\{ \frac{s^s \rho^{s+1}}{s!(1-\rho)} + \sum_{n=0}^s \frac{(s\rho)^n}{n!} \right\}^{-1} \text{ e } p_n = \frac{\lambda_{n-1} \lambda_{n-2} \cdots \lambda_0}{\mu_n \mu_{n-1} \cdots \mu_1} p_0 \text{ para } n > 0 \text{ (com } \rho < 1)$$

$$\bar{\lambda} = \lambda$$

$$L_q = \frac{s^s \rho^{s+1}}{s!(1-\rho)^2} p_0$$

$$L_q = \bar{\lambda} W_q$$

$$W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

$$L = \bar{\lambda} W$$

$$W(t) = e^{-\mu t} \left[1 + p_0 \frac{(s\rho)^s}{s!(1-\rho)} \frac{(1 - e^{-\mu(s-1-s\rho)})}{(s-1-s\rho)} \right] \text{ com } t \geq 0$$

$$W_q(t) = p_0 \frac{(s\rho)^s}{s!(1-\rho)} e^{-s\mu t(1-\rho)} \text{ com } t \geq 0$$

Sistema $M/M/1/K$

$$\lambda_n = \begin{cases} \lambda & \text{para } n = 0, 1, \dots, K-1 \\ 0 & \text{para } n \geq K \end{cases}$$

$$\mu_n = \mu \text{ para } n = 0, 1, \dots$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$p_0 = \begin{cases} \frac{1-\rho}{1-\rho^{K+1}} & \text{para } \rho \neq 1 \\ \frac{1}{K+1} & \text{para } \rho = 1 \end{cases} \quad \text{e} \quad p_n = \frac{\lambda_{n-1}\lambda_{n-2}\dots\lambda_0}{\mu_n\mu_{n-1}\dots\mu_1} p_0 \quad \text{para } n > 0$$

$$\bar{\lambda} = \lambda(1 - p_K)$$

$$L = \begin{cases} \frac{\rho}{1-\rho} - \frac{(K+1)\rho^{K+1}}{1-\rho^{K+1}} & \text{para } \rho \neq 1 \\ \frac{K}{2} & \text{para } \rho = 1 \end{cases}$$

$$L_q = \bar{\lambda}W_q$$

$$W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

$$L = \bar{\lambda}W$$

Sistema $M/M/s/K$

$$\lambda_n = \begin{cases} \lambda & \text{para } n = 0, 1, \dots, K-1 \\ 0 & \text{para } n \geq K \end{cases}$$

$$\mu_n = \begin{cases} n\mu & \text{para } n = 0, 1, \dots, s \\ s\mu & \text{para } n > s \end{cases}$$

$$\rho = \frac{\lambda}{s\mu}$$

$$p_0 = \begin{cases} \left\{ \frac{s^s \rho^{s+1} (1-\rho^{K-s})}{s!(1-\rho)} + \sum_{n=0}^s \frac{(s\rho)^n}{n!} \right\}^{-1} & \text{para } \rho \neq 1 \\ \left\{ \frac{s^s}{s!} (K-s) + \sum_{n=0}^s \frac{s^n}{n!} \right\}^{-1} & \text{para } \rho = 1 \end{cases} \quad \text{e} \quad p_n = \frac{\lambda_{n-1}\lambda_{n-2}\dots\lambda_0}{\mu_n\mu_{n-1}\dots\mu_1} p_0 \quad \text{para } n > 0$$

$$\bar{\lambda} = \lambda(1 - p_K)$$

$$L_q = \frac{s^s \rho^{s+1}}{s!(1-\rho)^2} [1 - \rho^{K-s} - (1-\rho)(K-s)\rho^{K-s}] p_0$$

$$L_q = \bar{\lambda}W_q$$

$$W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

$$L = \bar{\lambda}W$$
