E-fólio B | Instruções para a realização do E-fólio

ANÁLISE INFINITESIMAL | 21175

Período de Realização

Decorre de 7 a 17 de dezembro de 2023

Data de Limite de Entrega

17 de dezembro de 2023, até às 23h55m de Portugal Continental

Tema

Cálculo diferencial e suas aplicações.

Objetivos

Introduzir conceitos fundamentais da análise matemática, tais como as noções de cálculo diferencial e as suas aplicações.

Trabalho a desenvolver

Resolver os exercícios propostos, de forma clara e sucinta, com rigor científico e justificação adequada das respostas.

Recursos

Material indicado na plataforma, nomeadamente:

P. M. Duarte, *Notas de Cálculo para Informática* (disponível na plataforma)

Critérios de avaliação e cotação

Na avaliação do trabalho serão tidos em consideração os seguintes critérios e cotações: rigor científico, clareza, justificação e completude das respostas dadas. A cotação total deste e-Fólio é de **4 valores**, sendo distribuídos por questão da seguinte forma:

1. Questão 1= 1.7 valores, distribuídos da seguinte forma pelas alíneas:
   (a) 0.2 valores
   (b) 0.2 valores
   (c) 0.3 valores
   (d) 0.3 valores
   (e) 0.2 valores
   (f) 0.2 valores
   (g) 0.3 valores
2. Questão 2= 0.8 valores.
3. Questão 3= 0.8 valores, distribuídos da seguinte forma pelas alíneas:
   (a) 0.2 valores
   (b) 0.3 valores
   (c) 0.3 valores
4. Questão 4= 0.7 valores

Total: 4.0 valores

Normas a respeitar

Pode redigir o seu E-fólio na Folha de Resolução disponibilizada na turma ou num outro formato, desde que preencha todos os dados do cabeçalho.

Deve utilizar um processador de texto adequado à escrita matemática; não serão aceites provas com código LaTeX não compilado. Em alternativa a prova pode ser escrita à mão, desde que seja legível.

Todas as páginas do documento devem ser numeradas.

O seu E-fólio não deve ultrapassar 10 páginas A4.

Não é permitido o uso de computador ou máquina de calcular gráfica para traçar gráficos, nem para o cálculo de limites. Todas as resoluções devem ser realizadas de forma puramente analítica. Nos casos em que a resposta seja um valor numérico, este deverá ser apresentado de forma exacta e simplificada, e não apresentada apenas uma aproximação numérica desse valor exacto.

Os problemas que constam desta prova apenas poderão ser resolvidos usando resultados descritos ou usados nos primeiros nove capítulos do manual adoptado (*Notas de Cálculo para Informática*).

As provas em relação às quais existam fortes suspeitas de utilização de ferramentas de inteligência artificial serão anuladas.

Nomeie o ficheiro com o seu número de estudante, seguido da identificação do E-fólio e do código da disciplina, segundo o exemplo apresentado: 000000efolioB-21175.

Deve carregar o referido ficheiro **em formato pdf** para a plataforma no dispositivo E-fólio B até à data e hora limite de entrega. Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas.

O ficheiro a enviar não deve exceder 8 MB.

Votos de bom trabalho!

Rafael Sasportes

1. [1.7 val.] Considere a função $f(x) = \dfrac{x^2 - 3x - 3}{x^2 - 3x - 4}$ definida no seu domínio natural.

   (a) [0.2 val.] Determine o domínio de f.

   (b) [0.2 val.] Sabendo que f é diferenciável no seu domínio, calcule $f'(x)$.

   (c) [0.3 val.] Estude a monotonia da função f, determinando os intervalos em que f é monótona, e o tipo de monotonia em cada intervalo.

   (d) [0.3 val.] Determine a primeira coordenada (x) dos eventuais máximos e mínimos locais do gráfico de f.

   (e) [0.2 val.] Sabendo que f é duas vezes diferenciável no seu domínio, calcule $f''(x)$.

   (f) [0.2 val.] Estude a concavidade de f e determine a primeira coordenada (x) dos eventuais pontos de inflexão do gráfico de f.

   (g) [0.3 val.] Determine o polinómio de Taylor de ordem 2 de f no ponto $x_0 = 2$.

2. [0.8 val.] Determine $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^x - x - 1}{\ln(1 + x^2)}$, onde ln representa o logaritmo neperiano.

3. [0.8 val.] Considere a função diferenciável $f(x) = x^3 + \cos 2x + x - 4$.

   (a) [0.2 val.] Mostre que para $x \leqslant 1$ se tem $f(x) < 0$.

   (b) [0.3 val.] Mostre que para $x \geqslant 1$ se tem $f'(x) > 0$.

   (c) [0.3 val.] Utilizando as alíneas anteriores conclua que f tem um e um só zero em $\mathbb{R}$.

4. [0.7 val.] Seja $f(x)$ uma função diferenciável em $\mathbb{R}$ tal que $f(0) = f(\pi) = \pi/2$, e seja $g(x) = \cos(f(x)) + f(\cos x)$.

   Sabendo que g é diferenciável, mostre que $g'(0) + g'(\pi) + f'(0) + f'(\pi) = 0$.

Fim