UNIVERSIDADE ABERTA
www.uab.pt

Ministério da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior

p-Fólio

U.C. 21117
Topologia
21 de junho de 2019

- O p-fólio é composto por **4** grupos de questões e respetivas alíneas, contém 1 página e termina com a palavra **FIM**.
- Verifique o seu exemplar e, caso encontre alguma anomalia, dirija-se ao professor vigilante nos primeiros 15 minutos da prova, pois qualquer reclamação sobre defeito(s) de formatação e/ou de impressão que dificultem a leitura não será aceite depois deste período.
- Todos os cabeçalhos e espaços reservados à identificação, deverão ser preenchidos com letra legível. Utilize unicamente tinta azul ou preta.
- Verifique no momento da entrega da(s) folha(s) de ponto se todas as páginas estão rubricadas pelo vigilante. Caso necessite de mais do que uma folha de ponto, deverá numerá-las no canto superior direito.
- Não serão aceites folhas de ponto dobradas ou danificadas. Exclui-se, para efeitos de classificação, toda e qualquer resposta apresentada em folhas de rascunho.
- Não é permitido o uso de máquina de calcular, nem de quaisquer elementos de consulta.
- Tenha em atenção que o p-fólio tem a duração máxima de **1 hora e 30 minutos**.

Critérios de avaliação e cotação

- É necessário justificar todas as respostas e apresentar os cálculos efectuados. A apresentação de valores numéricos, como resposta, sem qualquer justificação, mesmo que corretos, terão a cotação zero.
- A cotação é a seguinte:

I	II	III	IV
3 val.	3 val.	3 val.	3 val.

Justifique cuidadosamente todas as afirmações e apresente os cálculos realizados para as obter

I. Seja (X, d) um espaço métrico e $A \subset X$.

Dê exemplos de uma família de fechados $(A_i)_{i \in I}$, onde I é um conjunto infinito tal que

i) $\bigcup_{i \in I} A_i$ não é um conjunto fechado.

ii) $\bigcup_{i \in I} A_i$ é um conjunto fechado.

II. Seja (X, d) um espaço métrico e seja A um subconjunto não vazio de X.

1. Mostre que a função $x \mapsto \operatorname{dist}(x, A)$ é contínua em X.
2. Mostre que $x \in \overline{A}$ se e só se $\operatorname{dist}(x, A) = 0$.

Recorde que a distância de um ponto x ao conjunto A é definida por

$$\operatorname{dist}(x, A) := \inf\{d(x, a) : a \in A\}.$$

III. Determine se a colecção

$$\mathcal{S} = \{\{1, 2\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 3, 4\}, \varnothing\}$$

define uma topologia sobre $X = \{1, 2, 3, 4\}$.

IV. Seja X um espaço topológico e A e B dois subconjuntos conexos de X tais que $A \cap \overline{B} \neq \varnothing$.

Mostre que $A \cup B$ é conexo.

FIM