



Álgebra Linear I | 21002

Período de Realização

Decorre de 28 de novembro a 08 dezembro de 2025

Data de Limite de Entrega

08 de dezembro de 2025, até às 23h59 de Portugal Continental

Temas

Secções 1.1 à 4.5 do livro da bibliografia obrigatória.

CrITÉRIOS de avaliação e cotação

Na avaliação do trabalho serão tidos em consideração os seguintes critérios e cotações:

1. A cotação total desta prova é de 4 valores.
2. Para a correção das questões constituem critérios de primordial importância, além da óbvia correção científica das respostas, a capacidade de escrever clara, objetiva e corretamente, de estruturar logicamente as respostas e de desenvolver e de apresentar os cálculos e o raciocínio matemático corretos, utilizando notação apropriada.
3. Justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efetuar. Não será atribuída classificação a uma resposta não justificada.
4. A distribuição da cotação é a seguinte:

1.	2.	3.	4.	5.
0,5 val.	0,5 val.	0,5 val.	0,5 val.	2,0 val.

Normas a respeitar

O E-fólio é uma prova **inteiramente** individual. Isto significa que deverá realizar a prova sozinho(a), sem a ajuda de colegas, ou de terceiras pessoas, e sem a ajuda de ferramentas de inteligência artificial. As únicas ajudas que pode utilizar são

- Isabel Cabral, Cecília Perdigão, Carlos Saiago: *Álgebra Linear: Teoria, Exercícios Resolvidos e Exercícios Propostos com Soluções*, Escolar Editora, Lisboa, 6ª edição, 2021.

ou outras edições e os materiais disponibilizados na página do curso.

As suas respostas às questões deste E-fólio não devem ultrapassar 10 páginas A4.

Escreva sempre com letra legível.

Depois de ter realizado o E-fólio produza um documento em **formato PDF** e nomeie o ficheiro com o seu número de estudante, seguido da identificação do E-fólio, segundo o exemplo apresentado: 000000efolioA.pdf

Deve carregar o referido ficheiro para a plataforma no dispositivo E-fólio A até à data e hora limite de entrega. Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas.

O ficheiro a enviar não deve exceder 8 MB.

Votos de bom trabalho!

Adelino Paiva

Enunciado

1. Considere o seguinte trabalho.

$$\begin{aligned}
 [A|I_3] &= \left[\begin{array}{ccc|ccc} -2 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 9 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow{\ell_2 \leftrightarrow \ell_1} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 9 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \\
 &\xrightarrow{\substack{\ell_2 + 2\ell_1 \\ \ell_3 - 3\ell_1}} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 6 & 0 & -3 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow{\ell_3 - \ell_2} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \end{array} \right] \\
 &\xrightarrow{\substack{\ell_1 - \ell_3 \\ \ell_2 - 5\ell_3}} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 6 & 7 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \end{array} \right]
 \end{aligned}$$

1.1. O que se pretende determinar?

1.2. A partir de que etapa [a), ..., e)] a resolução está errada?

1.3. Corrija a resolução a partir dessa etapa e apresente o resultado.

2. Seja $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ e considere a seguinte resolução parcial.

$$\begin{aligned}
 \begin{cases} -x + y - z = -3 \\ \alpha x + \alpha y = \beta \\ \alpha y - z = -4 \end{cases} &\rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} -1 & 1 & -1 & -3 \\ \alpha & \alpha & 0 & \beta \\ 0 & \alpha & -1 & -4 \end{array} \right] \xrightarrow{\ell_2 + \alpha \ell_1} \\
 \left[\begin{array}{ccc|c} -1 & 1 & -1 & -3 \\ 0 & 2\alpha & -\alpha & \beta - 3\alpha \\ 0 & \alpha & -1 & -4 \end{array} \right] &\xrightarrow{\ell_2 \leftrightarrow \ell_3} \left[\begin{array}{ccc|c} -1 & 1 & -1 & -3 \\ 0 & \alpha & -1 & -4 \\ 0 & 2\alpha & -\alpha & \beta - 3\alpha \end{array} \right] \xrightarrow{\ell_3 - 2\ell_2} \\
 \left[\begin{array}{ccc|c} -1 & 1 & -1 & -3 \\ 0 & \alpha & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 2-\alpha & \beta - 3\alpha + 8 \end{array} \right] &\xrightarrow{\alpha=2} \left[\begin{array}{ccc|c} -1 & 1 & -1 & -3 \\ 0 & 2 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & \beta + 2 \end{array} \right] \xrightarrow{\beta \neq -2} \text{IMPOSSÍVEL} \\
 &\xrightarrow{\beta = -2} \text{POSSÍVEL} \\
 &\xrightarrow{\beta = -2} \text{INDETERMINADO}
 \end{aligned}$$

2.1. Escreva o enunciado correspondente à resolução completa para todos os valores de $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

2.2. Continue e complete a resolução.

CONTINUA

3. A seguir, apresenta-se o começo de um cálculo.

$$\begin{vmatrix} 5 & 6 & 0 & 0 \\ 1 & 5 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \end{vmatrix} = 5(-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 5 & 6 & 0 \\ 1 & 5 & 6 \\ 0 & 1 & 5 \end{vmatrix} + 6(-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 1 & 6 & 0 \\ 0 & 5 & 6 \\ 0 & 1 & 5 \end{vmatrix} + 0(-1)^{1+3} \begin{vmatrix} \dots \end{vmatrix} + 0(-1)^{1+4} \begin{vmatrix} \dots \end{vmatrix}$$

3.1. Indique o que está a ser calculado.

3.2. Complete o cálculo e apresente a resposta.

4. A seguir, apresenta-se o começo de uma resolução.

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 4 \\ 2x + 3y + 2z = 4 \\ 3x + 2y + z = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} \begin{vmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 1 \end{vmatrix} \\ x = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 1 \end{vmatrix}}, y = \end{matrix}$$

4.1. Escreva o enunciado.

4.2. Complete a resolução e providencie as justificações em falta.

5. Suponha que um colega lhe enviou o seguinte problema.

SEJA $U = \langle (1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 2, 1) \rangle$, $V = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 2x + 3y + 9z = 0 \}$,
E $W = (1, 3, 6)$.

5.1. AVERIGUE SE W É COMBINAÇÃO LINEAR DE $(1, 2, 3)$, $(2, 3, 4)$ E $(3, 2, 1)$.

5.2. INDIQUE UMA BASE DE \mathbb{R}^3 CONTENDO UMA BASE DE U .

5.3. CALCULE $U \cap V$.

5.4. MOSTRE QUE $U + V = \mathbb{R}^3$.

Resolva as quatro alíneas.

FIM