



Matemática Finita | 21082

Período de Realização

Decorre de 3 a 13 de maio de 2019

Data de Limite de Entrega

13 de maio de 2019, até às 23h55 de Portugal Continental

Tema

Teoria de Números

Trabalho a desenvolver

Resolução dos 6 grupos de exercícios constantes no enunciado.

Critérios de avaliação e cotação

Na avaliação do trabalho serão tidos em consideração os seguintes critérios e cotações:

1. A cotação total deste e-Fólio é de 4 valores.
2. Com excepção das 3 questões de escolha múltipla, justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efectuar. Não será atribuída classificação a uma resposta não justificada.
3. Cada questão de escolha múltipla tem a cotação de 0.3 valor. Por cada resposta incorrecta será descontado 0.1 valor. É considerada errada uma questão com mais de uma resposta. A classificação mínima destas 3 questões é de 0 valores.
4. A distribuição da cotação é a seguinte:

1-3	ERRADAS				
C					
E	0	0.0	0.0	0.0	0.0
R	1	0.3	0.2	0.1	
T	2	0.6	0.5		
AS	3	0.9			

4.	5.	6.
0.9 val.	1.6 val.	0.6 val.

Normas a respeitar

As suas respostas às questões deste E-fólio não devem ultrapassar 6 páginas A4.

Escreva sempre com letra legível.

Depois de ter realizado o E-fólio produza um documento em **formato PDF** e nomeie o ficheiro com o seu número de estudante, seguido da identificação do E-fólio, segundo o exemplo apresentado: 000000efolioB.pdf

Deve carregar o referido ficheiro para a plataforma no dispositivo E-fólio B até à data e hora limite de entrega. Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas.

O ficheiro a enviar não deve exceder 10 MB.

Votos de bom trabalho!

Maria João Oliveira e Ana Nunes

Enunciado

Em cada questão de escolha múltipla são apresentadas quatro opções, das quais uma, e só uma, obedece às condições pedidas.

1. Dado um número natural $n \geq 103$, considere os números

$$n! + 2, n! + 3, \dots, n! + n$$

Será que algum destes números é primo?

- A) Sim
 - B) Sim, mas só se o número n for primo
 - C) Sim, mas só se n não for um número primo
 - D) Não
2. Seja $n > 2$ um número natural tal que

$$\text{mdc}(n, (n - 1)! + 1) = n.$$

Considere as duas afirmações seguintes:

- $\text{mdc}(n, n - 2) = 1$
- Se p é um número primo que divide o n , então $n = p$

Relativamente a estas afirmações podemos afirmar:

- A) As duas afirmações são verdadeiras
 - B) As duas afirmações são falsas
 - C) Apenas uma das afirmações é verdadeira
 - D) Os dados não são conclusivos
3. Dados dois números primos p e q , considere as duas afirmações seguintes:

- (i) Todo o número inteiro $a < p, q$ é invertível módulo $p + q$
- (ii) Todo o número inteiro $a < p, q$ é invertível módulo pq

Relativamente a estas afirmações podemos afirmar:

- A) Ambas as afirmações são verdadeiras
- B) A afirmação (i) é verdadeira, mas a afirmação (ii) é falsa
- C) A afirmação (i) é falsa, mas a afirmação (ii) é verdadeira
- D) Ambas as afirmações são falsas

4.

4.1. Verifique não existe nenhum par de números naturais a e b , $a, b \geq 2$, tais que $a^2 = 7b^2$.

4.2. Prove que $\sqrt{7}$ é um número irracional.

5. Prove que para todo o $n \in \mathbb{N}$ o número

$$2^{4n+2} + 3^{n+2}$$

é divisível por 13 por recurso...

5.1.1. ... ao método de indução matemática;

5.1.2. ... a argumentos de divisibilidade.

5.2. Verifique que, para cada número natural n , os números $2^{4n+2} + 3^{n+2}$ e 3^{n+2} são primos entre si.

6. Dados dois números $a, b \in \mathbb{N}$, suponha que existem dois números $x, y \in \mathbb{Z}$ tais que

$$ax + by = 1.$$

Mostre que $\text{mdc}(x, y) = 1$.

FIM