UNIVERSIDADE ABERTA
www.uab.pt

Ministério da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior

p-Fólio

U.C. 21002
Álgebra Linear I

17 de julho de 2018

- O p-fólio é composto por **4** grupos de questões e respetivas alíneas, contém 2 páginas e termina com a palavra **FIM**.
- Verifique o seu exemplar e, caso encontre alguma anomalia, dirija-se ao professor vigilante nos primeiros 15 minutos da prova, pois qualquer reclamação sobre defeito(s) de formatação e/ou de impressão que dificultem a leitura não será aceite depois deste período.
- As questões do grupo **I** (escolha múltipla) deverão ser respondidas no enunciado. As questões dos grupos **II**, **III** e **IV** deverão ser respondidas no Caderno de Prova. Todos os cabeçalhos e espaços reservados à identificação, deverão ser preenchidos com letra legível. Utilize unicamente tinta azul ou preta.
- Verifique no momento da entrega da(s) folha(s) de ponto se todas as páginas estão rubricadas pelo vigilante. Caso necessite de mais do que uma folha de ponto, deverá numerá-las no canto superior direito.
- Não serão aceites folhas de ponto dobradas ou danificadas. Exclui-se, para efeitos de classificação, toda e qualquer resposta apresentada em folhas de rascunho.
- Não é permitido o uso de máquina de calcular, nem de quaisquer elementos de consulta.
- Tenha em atenção que o p-fólio tem a duração máxima de **1 hora e 30 minutos**.

Critérios de avaliação e cotação

- Com exceção das questões do grupo **I** (escolha múltipla), é necessário justificar todas as respostas e apresentar os cálculos efectuados. A apresentação de valores numéricos, como resposta, sem qualquer justificação, mesmo que corretos, terão a cotação zero.
- Cada questão do grupo **I** (escolha múltipla) tem a cotação de 1 valor. Por cada resposta errada serão descontados $\frac{1}{3}$ valores. É considerada errada uma questão com mais de uma resposta. A classificação global mínima do grupo **I** é de 0 valores. A cotação das restantes questões é a seguinte:

II	**III**	**IV**
1.5 val.	5 val.	2.5 val.

Nome: ....

Nº de Estudante: .... **B. I./C.C. nº** ....

Turma .... **Assinatura do Vigilante:** ....

I. Questões de escolha múltipla.

Em cada questão de escolha múltipla apenas uma das afirmações a), b), c), d) é verdadeira. Indique-a marcando × no quadrado respectivo. Caso pretenda anular alguma resposta, escreva "Anulado" junto a essa resposta e indique, se for caso disso, a que pretende que seja considerada.

Questão 1

Seja $A \in \mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{R})$ uma matriz invertível tal que $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 7 & 8 \\ 0 & 5 & 6 \\ 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$, e seja $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}^\top$.

Então a solução do sistema $AX = B$ é:

- ☐ a) $X = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}^\top$.
- ☐ b) $X = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}^\top$.
- ☐ c) $X = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \end{bmatrix}^\top$.
- ☒ d) $X = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -2 \end{bmatrix}^\top$.

Questão 2

Seja $A \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{C})$ uma matriz que satisfaz $A^2 + I_n = 0$, onde I_n designa a matriz identidade de ordem n. Então:

- ☒ a) $(\det A)^2 = \pm 1$.
- ☐ b) $\det A = \pm 1$.
- ☐ c) $(\det A)^2 = 0$.
- ☐ d) $\det A = 0$.

Questão 3

Seja S o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado por

$$a = (1,0,0,0), \qquad b = (3,3,0,0) \quad \text{e} \quad c = (0,-2,0,0).$$

Então:

- ☐ a) $\{a, b, c\}$ é uma base de S.
- ☐ b) a e b são linearmente dependentes.
- ☒ c) $\dim S = 2$.
- ☐ d) $\langle a \rangle = \langle c \rangle$.

Nome: ....

Nº de Estudante: .... **B. I./C.C. nº** ....

Turma .... **Assinatura do Vigilante:** ....

Questões de desenvolvimento

Responda aos grupos seguintes no Caderno de Prova

Nos grupos seguintes justifique todas as afirmações apresentando os raciocínios e os cálculos que efetuou para as obter.

II. Diga se é verdadeira ou falsa a seguinte afirmação, justificando cuidadosamente a sua resposta através de uma demonstração ou de um contra-exemplo, consoante o que for apropriado.

Se as matrizes invertíveis A e B comutam, então A^{-1} e B^{-1} também comutam, ou seja $A^{-1}B^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.

III. Seja $T : \mathbb{R}_2[x] \to \mathbb{R}_2[x]$ definida por $T(ax^2 + bx + c) = (a + c)x^2 + (a + b)x + a + c$.

a) Determine a matriz A que representa T na base canónica de $\mathbb{R}_2[x]$, na partida e na chegada.

b) Determine a dimensão e uma base para o núcleo de T.

c) Determine os valores próprios da matriz A.[1]

d) Determine os vetores próprios associados aos valores próprios que determinou na alínea anterior.

e) Será a matriz A diagonalizável? Justifique.

IV. Seja $A \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$ uma matriz invertível, e seja u um vetor próprio de A com valor próprio associado λ.

a) Mostre que u também é vetor próprio de $\mathrm{adj}(A)$, a matriz adjunta de A.

b) Determine o valor próprio associado.

FIM

---

[1] *Se não determinou a matriz A*, considere nesta alínea e nas seguintes a matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.