



Análise Infinitesimal | 21175

Período de Realização

Decorre de 10 a 19 de dezembro de 2021

Data de Limite de Entrega

19 de dezembro de 2021, até às 23h55m de Portugal Continental

Tema

Indução matemática e recursividade; cálculo diferencial e suas aplicações

Objetivos

Introduzir conceitos fundamentais da análise matemática, tais como as noções de indução matemática e recursividade; introduzir o cálculo diferencial e explorar as suas aplicações.

Trabalho a desenvolver

Resolver os exercícios propostos, de forma clara e sucinta, com rigor científico e justificação adequada das respostas.

Recursos

Material indicado na plataforma, nomeadamente:

P. M. Duarte, *Notas de Cálculo para Informática* (disponível na plataforma)

CrITÉrios de avaliação e cotação

Na avaliação do trabalho serão tidos em consideração os seguintes critérios e cotações: Rigor científico, clareza, justificação e completude das respostas dadas. A cotação total deste E-Fólio é de **4 valores**, sendo distribuídos por questão da seguinte forma

- Questão 1 = 1.6 valores, distribuídos da seguinte forma pelas alíneas:
a) 0.4 valores c) 0.4 valores
b) 0.5 valores d) 0.3 valores
- Questão 2 = 1.5 valores, distribuídos da seguinte forma pelas alíneas:
a) 0.4 valores c) 0.4 valores
b) 0.3 valores d) 0.4 valores
- Questão 3 = 0.9 valores

Total: 4.0 valores

Normas a respeitar

Pode redigir o seu E-fólio na Folha de Resolução disponibilizada na turma ou num outro formato, desde que preencha todos os dados do cabeçalho.

Todas as páginas do documento devem ser numeradas.

O seu E-fólio não deve ultrapassar 10 páginas A4.

Não é permitido o uso de computador ou máquina de calcular gráfica para traçar gráficos, nem para o cálculo de limites. Todas as resoluções devem ser realizadas de forma puramente analítica. Nos casos em que a resposta seja um valor numérico, este deverá ser apresentado de forma exacta, e não apresentada apenas uma aproximação numérica desse valor exacto.

Os problemas que constam desta prova apenas poderão ser resolvidos usando resultados descritos ou usados nos primeiros nove capítulos do manual adoptado (*Notas de Cálculo para Informática*).

Nomeie o ficheiro com o seu número de estudante, seguido da identificação do E-fólio e do código da disciplina, segundo o exemplo apresentado: 000000efolioB-21175.

Deve carregar o referido ficheiro **em formato pdf** para a plataforma no dispositivo E-fólio B até à data e hora limite de entrega. Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas.

O ficheiro a enviar não deve exceder 8 MB.

Votos de bom trabalho!

Pedro Antunes

1. **[1.6 val.]** Considere a seguinte sucessão:

$$\begin{cases} x_0 = \frac{1}{2} \\ x_{n+1} = 2x_n - x_n^2 \quad n = 0, 1, 2, \dots \end{cases}$$

- (a) **[0.4 val.]** Prove que $x_n \leq 1, \forall n = 0, 1, 2, \dots$
Sugestão: Desaconselha-se o uso de indução matemática.
- (b) **[0.5 val.]** Prove, usando o princípio de indução matemática, que $x_n \geq 0, \forall n = 0, 1, 2, \dots$
- (c) **[0.4 val.]** Prove que x_n é uma sucessão crescente.
- (d) **[0.3 val.]** Prove que x_n é convergente e calcule o seu limite.

2. **[1.5 val.]** Considere a função $f(x) = \cos(3x) - e^{2\sin(3x)}$.

- (a) **[0.4 val.]** Prove que f é diferenciável em \mathbb{R} .
- (b) **[0.3 val.]** Calcule $f'(x)$.
- (c) **[0.4 val.]** Determine a equação da reta tangente ao gráfico de f no ponto $(0, f(0))$.
- (d) **[0.4 val.]** Calcule, justificando:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{\sin(4x)}.$$

3. **[0.9 val.]** Prove que a função $f(x) = \cos(\pi x) + x^4 - 2$ tem um e um só zero no intervalo $[1, 2]$.

FIM