

”

Elementos de Análise Infinitesimal 2 | 21031

Período de Realização

Decorre de 7 a 13 de maio de 2022

Data de Limite de Entrega

13 de abril de 2022, até às 23h59 de Portugal Continental

Temas

Tópico 2 da UC.

Objetivos

Testar o domínio, por parte do estudante, dos conteúdos correspondentes ao tópico indicado supra.

Critérios de avaliação e cotação

Para a avaliação das respostas constituem critérios de primordial importância, além da óbvia correção científica das respostas, a capacidade de escrever clara, objetiva e corretamente, de estruturar logicamente as respostas e de desenvolver e de apresentar os cálculos e o raciocínio matemático corretos, utilizando notação apropriada.

Justifique cuidadosamente todas as suas respostas, e apresente todos os cálculos que julgue necessários para a compreensão do seu raciocínio. Não será atribuída qualquer cotação a uma resposta não justificada.

1. 1,5 valores
2. 1,0 valores
3. 0,5 valores
4. 1,0 valores

5. 1,0 valores

Total: 5,0 valores

Normas a respeitar

Todas as páginas do seu documento devem ser numeradas.

O seu E-fólio não deve ultrapassar 12 páginas A4

Nomeie o ficheiro com o seu número de estudante, seguido da identificação do E-fólio, segundo o exemplo apresentado: 000000efolioB.

Deve carregar o referido ficheiro para a plataforma no dispositivo e-fólio A até à data e hora limite de entrega. Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas.

O ficheiro a enviar não deve exceder 8 MB.

Votos de bom trabalho!

Fernando Pestana da Costa

Trabalho a desenvolver

1. Calcule, caso existam, ou justifique porque não existem, os seguintes limites:

a)
$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 - x^2y}{x^2 + y^2}$$

b)
$$\lim_{(x,y) \rightarrow (2,0)} \frac{x^2y - xy - 2y}{x - 2}$$

c)
$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,1)} \frac{e^{x^2+y^2-1} - 1}{x^2}$$

2. Estude se a função definida em $\mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$ por

$$f(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{se } y = x^2 \neq 0 \\ 0 & \text{se } y \neq x^2 \end{cases}$$

pode, ou não, ser prolongável por continuidade à origem.

3. Considere a função $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definida por $g(x, y) = xe^{xy}$. Determine a derivada direcional de g no ponto $(1, -1)$ na direção do bissetor dos quadrantes ímpares
4. Seja $\mathbf{x}_0 \neq \mathbf{0}$ um vetor não nulo de \mathbb{R}^n e considere a função $\varphi(\mathbf{x}) = \langle \mathbf{x}, \mathbf{x}_0 \rangle^2$, onde $\langle \cdot, \cdot \rangle$ denota o produto interno usual de \mathbb{R}^n . Prove que φ é diferenciável e calcule $\nabla \varphi(\mathbf{x})$.
5. Considere as funções $u(x, y, z) = x + y + z$ e $v(z) = (z, z^2, z^3)$. Justifique que ambas são funções diferenciáveis e calcule as derivadas $D(v \circ u)$ e $D(u \circ v)$ dos seguintes dois modos:
- calculando primeiro $v \circ u$ e $u \circ v$,
 - aplicando o teorema da derivação das funções compostas.

FIM