



## Elementos de Análise Infinitesimal 2 | 21031

### Período de Realização

Decorre de 7 a 13 de maio de 2022

### Data de Limite de Entrega

13 de abril de 2022, até às 23h59 de Portugal Continental

### Temas

Tópico 2 da UC.

### Objetivos

Testar o domínio, por parte do estudante, dos conteúdos correspondentes ao tópico indicado supra.

### Critérios de avaliação e cotação

Para a avaliação das respostas constituem critérios de primordial importância, além da óbvia correção científica das respostas, a capacidade de escrever clara, objetiva e corretamente, de estruturar logicamente as respostas e de desenvolver e de apresentar os cálculos e o raciocínio matemático corretos, utilizando notação apropriada.

*Justifique cuidadosamente todas as suas respostas*, e apresente todos os cálculos que julgue necessários para a compreensão do seu raciocínio. Não será atribuída qualquer cotação a uma resposta não justificada.

1. 1,5 valores
2. 1,0 valores
3. 0,5 valores
4. 1,0 valores

5. 1,0 valores

Total: 5,0 valores

### **Normas a respeitar**

Todas as páginas do seu documento devem ser numeradas.

O seu E-fólio não deve ultrapassar 12 páginas A4

Nomeie o ficheiro com o seu número de estudante, seguido da identificação do E-fólio, segundo o exemplo apresentado: 000000efolioB.

Deve carregar o referido ficheiro para a plataforma no dispositivo e-fólio A até à data e hora limite de entrega. Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas.

O ficheiro a enviar não deve exceder 8 MB.

Votos de bom trabalho!

*Fernando Pestana da Costa*

### **Trabalho a desenvolver**

1. Calcule, caso existam, ou justi

que porque não existem, os seguintes limites:

a)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 - x^2y}{x^2 + y^2}$

b)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (2,0)} \frac{x^2y - xy - 2y}{x - 2}$

c)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,1)} \frac{e^{x^2+y^2-1} - 1}{x^2}$

2. Estude se a função definida em  $\mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$  por

$$f(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{se } y = x^2 \neq 0 \\ 0 & \text{se } y \neq x^2 \end{cases}$$

pode, ou não, ser prolongável por continuidade à origem.

3. Considere a função  $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  definida por  $g(x, y) = xe^{xy}$ . Determine a derivada direcional de  $g$  no ponto  $(1, -1)$  na direção do bissetor dos quadrantes ímpares
4. Seja  $\mathbf{x}_0 \neq \mathbf{0}$  um vetor não nulo de  $\mathbb{R}^n$  e considere a função  $\varphi(\mathbf{x}) = \langle \mathbf{x}, \mathbf{x}_0 \rangle^2$ , onde  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  denota o produto interno usual de  $\mathbb{R}^n$ . Prove que  $\varphi$  é diferenciável e calcule  $\nabla \varphi(\mathbf{x})$ .
5. Considere as funções  $u(x, y, z) = x + y + z$  e  $v(z) = (z, z^2, z^3)$ . Justifique que ambas são funções diferenciáveis e calcule as derivadas  $D(v \circ u)$  e  $D(u \circ v)$  dos seguintes dois modos:
- a) calculando primeiro  $v \circ u$  e  $u \circ v$ ,
  - b) aplicando o teorema da derivação das funções compostas.

FIM