Análise Infinitesimal | 21175

Prova da Turma 2

Período de Realização

Decorre de 7 a 16 de dezembro de 2022

Data de Limite de Entrega

16 de dezembro de 2022, até às 23h55m de Portugal Continental

Tema

Cálculo diferencial e suas aplicações.

Objetivos

Introduzir conceitos fundamentais da análise matemática, tais como o cálculo diferencial, e explorar as suas aplicações.

Trabalho a desenvolver

Resolver os exercícios propostos, de forma clara e sucinta, com rigor científico e justificação adequada das respostas.

Recursos

Material disponível na plataforma, nomeadamente:

- P. M. Duarte, *Notas de Cálculo para Informática*, e
- *Notas - Regra de Cauchy*, para substituir a secção 9.1 (nas págs. 117 e 118) das notas de P. M. Duarte.

Critérios de avaliação e cotação

Na avaliação do trabalho serão tidos em consideração os seguintes critérios e cotações: rigor científico, clareza, justificação e completude das respostas dadas. A cotação total deste e-Fólio é de **4 valores**, sendo distribuídos por questão da seguinte forma:

1. Questão 1= 1.0 valores, distribuído da seguinte forma pelas alíneas:
   (a) 0.2 valores
   (b) 0.4 valores
   (c) 0.4 valores
2. Questão 2= 0.8 valores
3. Questão 3= 1.4 valores, distribuídos da seguinte forma pelas alíneas:
   (a) 1.0 valores
   (b) 0.4 valores
4. Questão 4= 0.8 valores

Total: 4.0 valores

Normas a respeitar

Pode redigir o seu E-fólio na Folha de Resolução disponibilizada na turma ou num outro formato, desde que preencha todos os dados do cabeçalho.

Os estudantes têm de resolver o e-fólio B correspondente à sua Turma (Turma indicada no início do enunciado). Não serão avaliadas resoluções de exercícios de turmas diferentes da Turma a que o estudante pertence.

Todas as páginas do documento devem ser numeradas.

O seu E-fólio não deve ultrapassar 10 páginas A4.

Não é permitido o uso de computador ou máquina de calcular gráfica para traçar gráficos, nem para o cálculo de limites. Todas as resoluções devem ser realizadas de forma puramente analítica. Nos casos em que a resposta seja um valor numérico, este deverá ser apresentado de forma exacta, e não apresentada apenas uma aproximação numérica desse valor exacto.

Os problemas que constam desta prova apenas proderão ser resolvidos usando resultados descritos ou usados nos primeiros nove capítulos do manual adoptado (*Notas de Cálculo para Informática*) e das *Notas - Regra de Cauchy*, que substituem a secção 9.1 nas págs. 117 e 118 das notas de P. M. Duarte (disponíveis na plataforma).

Nomeie o ficheiro com o seu número de estudante, seguido da identificação do E-fólio e do código da disciplina, segundo o exemplo apresentado: 000000efolioB-21175.

Deve carregar o referido ficheiro **em formato pdf** para a plataforma no dispositivo E-fólio B até à data e hora limite de entrega. Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas. Apenas serão avaliadas as provas submetidas dentro do prazo e através do dispositivo E-fólio B.

O ficheiro a enviar não deve exceder 8 MB.

Votos de bom trabalho!

Eliana Manuel Pinho, Michael Rothwell e Clarence Protin

1. **[1.0 val.]** Considere a seguinte função

$$f(x) = \frac{x^2\sqrt{7+x}}{x-2}$$

   (a) **[0.2 val.]** Determine o domínio de f.

   (b) **[0.4 val.]** Usando a definição, prove que f é diferenciável no ponto $x = 0$ e calcule $f'(0)$.

   (c) **[0.4 val.]** Estude a existência de assíntotas verticais ao gráfico de f.

2. **[0.8 val.]** Calcule o limite seguinte:

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{2(x-1)} \ln(e^x + 2x + 3).$$

3. **[1.4 val.]** Considere a seguinte função

$$g(x) = -2x\, e^{5x}.$$

   (a) **[1.0 val.]** Faça o estudo da função respondendo às seguintes questões:

   i. Determine o domínio de g.

   ii. Calcule os zeros da função g.

   iii. Estude a continuidade da função g.

   iv. Verifique se g é uma função par ou ímpar.

   v. Estude a existência de assíntotas ao gráfico de g.

   vi. Calcule a derivada da função g.

   vii. Estude a monotonia e encontre os extremos locais da função g.

   viii. Calcule a segunda derivada da função g.

   ix. Estude a concavidade e encontre os pontos de inflexão de g.

   (b) **[0.4 val.]** Desenhe o gráfico de g representando claramente as características estudadas na alínea anterior, incluindo os pontos e as assíntotas encontradas.

4. **[0.8 val.]** Seja $h(x)$ uma função duas vezes diferenciável em $\mathbb{R}$ com $h(0) = 0$, e seja $f(x) = h(x) + \cos(h(x) - x)$ uma função cujo polinómio de Taylor de ordem 1, no ponto $x_0 = 0$, é $p_1(x) = 1 + 3x$. Sabendo que $f''(0) = 0$, diga qual o valor de $h''(0)$ e qual a concavidade da função $h(x)$ numa vizinhança de $x = 0$.

FIM