UNIVERSIDADE ABERTA
www.uab.pt

Ministério da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior

U.C. 21048

Física Geral

RESOLUÇÃO

16 de julho de 2019

INSTRUÇÕES

Leia com atenção o que se segue antes de iniciar a sua prova:

Verifique se o enunciado desta prova possui, para além desta folha de rosto, mais 4 páginas, numeradas de 2 a 5 e terminando com a palavra FIM.

O estudante não necessita de indicar qualquer resposta neste enunciado.

Este exame consta de duas partes:

1) A primeira é constituída por **8 questões de escolha múltipla**, em que apenas uma das respostas é correta. **As respostas a estas questões devem ser feitas na folha de prova** (não neste enunciado). Indique de uma forma clara a alínea que corresponde à resposta que considera correta. Respostas que não sejam claras ou cuja interpretação seja ambígua serão consideradas **nulas**. Se desejar, pode incluir detalhes da sua resolução da questão. Se desses detalhes o professor verificar que respostas incorretas se deveram apenas a pequenos erros de cálculo, estas poderão ser parcialmente cotadas.
2) A segunda é composta por **3 questões estruturadas** de produção de resposta. Nestas respostas os parâmetros valorizados são:
   - O rigor científico do raciocínio usado, nomeadamente na identificação dos princípios físicos em jogo e na colocação do problema em equação.
   - O rigor dos cálculos efetuados, incluindo a expressão correta dos resultados (os valores numéricos com os algarismos significativos e unidades adequados) e a interpretação dos resultados (se aplicável). Os resultados devem ser apresentados com 2 ou 3 algarismos significativos.

Recomenda-se que:

- Leia com muita atenção as questões e selecione bem os dados e incógnitas antes de responder.
- Responda primeiro às questões que julgar mais acessíveis, e só depois às questões que considerar mais difíceis.
- Reveja as resoluções cuidadosamente antes de entregar a prova.

Pode utilizar a sua máquina de calcular, mas não pode emprestá-la a qualquer dos seus colegas.

Duração: 2h:30 min

FORMULÁRIO E VALORES DE CONSTANTES FÍSICAS

$$\Delta G = G_f - G_i \;;\; \vec{A} = A_x\hat{\mathbf{i}} + A_y\hat{\mathbf{j}} + A_z\hat{\mathbf{k}} \;;\; |\vec{A}| = A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} \;;\; \vec{A}\cdot\vec{B} = AB\cos(\sphericalangle AB) \;;\; \vec{A}\times\vec{B} = AB\,\mathrm{sen}(\sphericalangle AB)\,\hat{\mathbf{n}}$$

$$\text{Círculo: } \begin{cases} A = \pi R^2 \\ P = 2\pi R \end{cases} \;;\; \text{Esfera: } \begin{cases} V = \frac{4}{3}\pi R^3 \\ A = 4\pi R^2 \end{cases} \;;\; \text{Cilindro: } \begin{cases} V = \pi R^2 h \\ A = 2\pi R^2 + 2\pi R h \end{cases}$$

$$\vec{v}_{med} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \;;\; \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \;;\; s_{med} = \frac{\text{distância}}{\Delta t} \;;\; s = |\vec{v}| = v \;;\; \vec{a}_{med} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \;;\; \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

$$\begin{cases} \vec{v} = cte \\ \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}t \end{cases} \quad \text{1D:} \begin{cases} v = cte \\ x = x_0 + vt \end{cases} \;;\; \begin{cases} \vec{a} = cte \\ \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t \\ \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 \end{cases} \quad \text{1D:} \begin{cases} a = cte \\ v = v_0 + at \\ x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta\theta = \frac{d}{R} \;;\; 1\,\text{rot} = 2\pi\,\text{rad} \\ \omega = \frac{d\theta}{dt} \;;\; \omega_{med} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \\ \alpha = \frac{d\omega}{dt} \;;\; \alpha_{med} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \end{cases} \;;\; \begin{cases} d = \Delta\theta\, R \\ v = \omega R \\ a_t = \alpha R \;;\; a_n = \frac{v^2}{R} \end{cases} \;;\; \begin{cases} \omega = cte \\ \theta = \theta_0 + \omega t \end{cases} \;;\; \begin{cases} \vec{\tau} = \vec{r}\times\vec{F} \\ \alpha = \frac{|\Sigma\vec{\tau}|}{I} \end{cases} \;;\; \begin{cases} \alpha = cte \\ \omega = \omega_0 + \alpha t \\ \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \end{cases}$$

$$R = \frac{v_0^2}{g}\mathrm{sen}(2\theta)$$

$$\Sigma\vec{F} = m\vec{a} \;;\; F_g = mg \;\; \left(g = 9{,}8\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \;;\; f_s \le \mu_s F_N \;;\; f_k = \mu_k F_N \;;\; F_{cent} = m\frac{v^2}{R}$$

$$W_F = \vec{F}\cdot\Delta\vec{r} \;;\; E_c = \frac{1}{2}mv^2 \;;\; E_p = -\int_{xi}^{xf} F_C(x)dx \;;\; F_C = -\frac{dE_p}{dx} \;;\; E_{pg} = mgh \;;\; F_{elast} = -kx \;;\; E_{p.elast} = \frac{1}{2}kx^2$$

$$E_m = E_c + E_p \;;\; W_{tot} = \Delta E_c \;;\; W_C = -\Delta E_p \;;\; W_{NC} = \Delta E_m \;;\; \mathcal{P}_{med} = \frac{\Delta E}{\Delta t} \;;\; \mathcal{P} = \vec{F}\cdot\vec{v}$$

$$\vec{p} = m\vec{v} \;;\; \vec{I} = \vec{F}_{ext}\Delta t \;;\; \vec{I} = \Delta\vec{p}$$

Métodos para integrar numericamente uma ED de 1º grau do tipo

$$\frac{dx}{dt} = f(t,x)$$

com passo $h = t_{i+1} - t_i$:

Euler (Runge-Kutta de ordem 1):

$$x_{i+1} = x_i + k_1 h \;;\; k_1 = f(t_i, x_i)$$

Heun ou Previsor-Corretor (Runge-Kutta de ordem 2):

$$x_{i+1} = x_i + \frac{1}{2}(k_1 + k_2)h \;;\; k_1 = f(t_i, x_i) \;;\; k_2 = f(t_i + h, x_i + k_1 h)$$

Nota: x_i, x_{i+1} são o mesmo que respetivamente $x(t_i), x(t_{i+1})$.

PARTE I

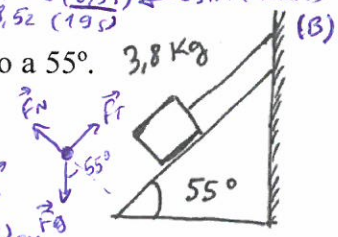
1. **(1,0 val)** Um rapaz corre à sua rapidez máxima de 5,0 m/s para apanhar um autocarro. Quando ele se encontra a 24 m do autocarro, este arranca com aceleração constante de 0,40 m/s². Em que instante alcança o rapaz o autocarro?

   A. 5,0 s **B.** 6,5 s **C.** 9,7 s **D.** 12,7 s **E.** 19 s **F.** Nunca

$x_R = 5{,}0t$
$x_A = 24 + \frac{1}{2}0{,}40t^2$ } $x_R = x_A \rightarrow \frac{1}{2}0{,}40t^2 + 24 = 5{,}0t \Leftrightarrow t = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4.0{,}2.24}}{2.0{,}2} = \begin{cases} 6{,}47\,s \ (6{,}5) \\ 18{,}52\,s \ (19\,s) \end{cases}$ ← ESTA (A5.CA)
(Eq 2º Graus)

2. **(1,0 val)** Na figura ao lado não há atrito entre o bloco, de 3,8 kg, e o plano inclinado a 55°. Qual a magnitude da tensão na corda?

   A. 30 N **B.** 22 N **C.** 15 N **D.** 12 N **E.** 9,5 N **F.** 3,8 N



1ª Lei Newton segundo x: $-F_g \operatorname{sen} 55° + F_T = 0 \leftrightarrow F_T = mg \operatorname{sen} 55° = 3{,}8 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}8191 = 30{,}50\,N\ (30\,N)$ (A)

3. **(1,0 val)** Um bloco de 2,0 kg é empurrado por uma força de 4,0 N ao longo de um plano horizontal, com o qual tem atrito. A aceleração do bloco é 1,0 m/s². Qual o coeficiente de atrito cinético entre bloco e plano?

   A. 0,050 **B.** 0,10 **C.** 0,20 s **D.** 0,30 s **E.** 0,40 s **F.** 0,50

2ª Lei Newton: $\Sigma F = ma \rightarrow 4{,}0 - f_K = 2{,}0 \cdot 1{,}0 \Leftrightarrow f_K = 2{,}0\,N$; $f_K = \mu_K F_N = \mu_K mg$
$\hookrightarrow 2{,}0 = \mu_K \cdot 2{,}0 \cdot 9{,}8 \Leftrightarrow \mu_K = 0{,}10$ (B)

4. **(1,0 val)** O tambor de uma máquina de lavar gira a 10 rotações por segundo (rot/s) quando acaba a centrifugação, passando a desacelerar à taxa de 2,0 rot/s². Quantas rotações efetua o tambor antes de parar?

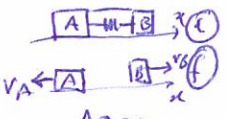
   A. 25 rot **B.** 35 rot **C.** 50 rot **D.** 75 rot **E.** 100 rot **F.** 125 rot

MCUV: $\omega = \omega_0 + \alpha t \rightarrow 0 = 10 - 2t \Leftrightarrow t = 5{,}0\,s$ a parar
$\Delta\theta = \omega_0 t - \frac{1}{2}\alpha t^2 \rightarrow \Delta\theta = 10 \cdot 5{,}0 - \frac{1}{2}2{,}0 \cdot 5{,}0^2 = 25\ rot$ (A)

5. **(1,0 val)** Dois blocos A e B são comprimidos um contra o outro, estando entre eles uma mola. Os blocos são largados e a mola empurra um para cada lado, até que eles se despegam da mola. Após o despegue o bloco A, de massa 400 g, desloca-se para a esquerda com velocidade $\vec{v}_A = -1{,}50\frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\imath}$. A que velocidade se desloca o bloco B, de 300 g de massa, após o despegue?

   A. $\vec{v}_B = -0{,}500\frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\imath}$ **C.** $\vec{v}_B = -1{,}00\frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\imath}$ **E.** $\vec{v}_B = -2{,}00\frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\imath}$

   B. $\vec{v}_B = 0{,}500\frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\imath}$ **D.** $\vec{v}_B = 1{,}00\frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\imath}$ **F.** $\vec{v}_B = 2{,}00\frac{\text{m}}{\text{s}}\,\hat{\imath}$



$\Delta p = 0 \rightarrow p_i = p_f \Leftrightarrow 0 = m_A v_A + m_B v_B \Leftrightarrow 0 = 400 \cdot (-1{,}5) + 300\, v_B \Leftrightarrow v_B = \frac{400}{300}1{,}5 = +2{,}0\ m/s\ (+x)$ (F)
$\Delta p = 0$ (Conserv. momento)

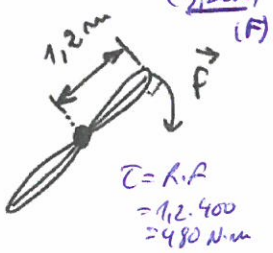
6. **(1,0 val)** Uma pessoa de 85 kg de massa salta de uma altura de 10 cm para uma balança de mola com constante elástica de 160 kN/m. Quanto comprimirá aproximadamente a mola no pico da sua compressão?

   A. 25 cm **B.** 17 cm **C.** 12 cm **D.** 8,4 cm **E.** 5,5 cm **F.** 3,2 cm

Antes comprimir: $E_m = E_{pg} = mgh$
Repos Compressor: $E_m = E_{el\,ast} = \frac{1}{2}kx^2$ } $\frac{1}{2}kx^2 \approx mgh \rightarrow x \approx \sqrt{\frac{2mgh}{k}} \approx \sqrt{\frac{2 \cdot 85 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}1}{160\,000}} \approx 0{,}0322\,m$ (3,2cm) (F)
(sist. conservativo $\Delta E_m = 0$)

7. **(1,0 val)** Uma hélice tem pás de 1,20 m de comprimento e momento de inércia total de 5,00 kg.m². A hélice é posta em movimento pelo piloto exercendo uma força de 400 N na ponta de uma das pás, sempre perpendicularmente a esta. Qual a aceleração angular da hélice?

   A. 16 rad/s² **B.** 34 rad/s² **C.** 57 rad/s² **D.** 71 rad/s² **E.** 84 rad/s² **F.** 96 rad/s²



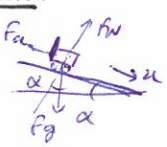
$\tau = I\alpha \rightarrow \alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{480}{5{,}00} = 96\ rad/s^2$ (F)
(2ª Lei N. Rotações)

$\tau = r.f = 1{,}2 \cdot 400 = 480\ N.m$

8. **(1,0 val)** Um carrinho de compras desliza por um plano inclinado de ângulo α, sujeito apenas ao seu peso e arrasto do ar, proporcional ao quadrado da velocidade ($F_a = bv^2$). Qual das equações diferenciais abaixo poderá descrever a velocidade do carrinho segundo a direção do plano, com +~~x~~ sentido descendente?

   A. $\frac{dv}{dt} = mg \operatorname{sen}\alpha - bv^2$ **C.** $m\frac{dv}{dt} = mg \operatorname{sen}\alpha - bv^2$ **E.** $m\frac{dv}{dt} = -mg \operatorname{sen}\alpha + bv^2$

   B. $\frac{dv}{dt} = g \operatorname{sen}\alpha - bv^2$ **D.** $m\frac{dv}{dt} = -mg \operatorname{sen}\alpha - bv^2$ **F.** $m\frac{dv}{dt} = mg \operatorname{sen}\alpha + bv^2$

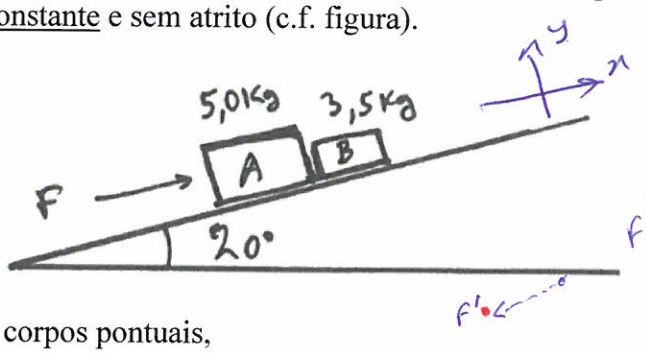


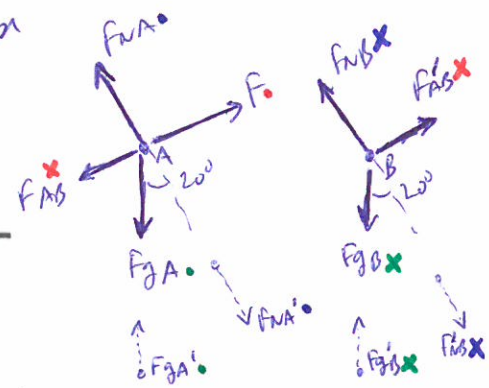
2ª Lei Newton x: $\Sigma F = ma = m\frac{dv}{dt} \Leftrightarrow m\frac{dv}{dt} = -bv^2 + mg \operatorname{sen}\alpha$ (C)
ou $\frac{dv}{dt} = -\frac{b}{m}v^2 + g \operatorname{sen}\alpha$

x: $\Sigma F = -F_a + F_g \operatorname{sen}\alpha = -F_a + mg \operatorname{sen}\alpha$

PARTE II

1. Dois blocos, A e B, de massas respetivamente 5,0 kg e 3,5 kg são empurrados ao longo de um plano inclinado a 20° a rapidez constante e sem atrito (c.f. figura).





Tratando os caixotes como corpos pontuais,

a. **(1,0 val)** Marque as forças que atuam nos dois blocos.

b. **(1,0 val)** Caraterize os pares ação-reação das forças que marcou na alínea anterior (basta desenhá-los na figura, a tracejado). Pares: • ✖ • ✖ • ✖

c. **(1,0 val)** Calcule a magnitude da força com que os blocos estão a ser empurrados.

d. **(1,0 val)** Calcule a força de contacto entre A e B.

↳ Como $v = cte$, aplica-se a 1ª lei de Newton.

Segundo x: $\begin{cases} A: -F_{AB} - F_{gA}\sin 20° + F = 0 \\ B: F_{AB} + F_{gB}\sin 20° = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -F_{AB} - 16{,}758 + F = 0 \\ F_{AB} - 11{,}731 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} F_{AB} = 11{,}731\ N \ (12\ N) \\ F = 28{,}489\ N \ (28\ N) \end{cases}$

2. Um caixote de 15 kg inicialmente em repouso é empurrado durante 8,0 s por uma força horizontal de 60 N sob uma superfície, também horizontal, com atrito. No fim do empurrão o caixote tem rapidez de 6,8 m/s. Calcule:

a. **(0,5 val)** O impulso comunicado ao caixote pelo empurrão.

b. **(2,0 val)** A energia cinética que o caixote teria no final do empurrão, caso não houvesse atrito.

c. **(1,5 val)** O trabalho da força de atrito durante o empurrão.

(a) $I = F\Delta t \rightarrow I = 60\ N \cdot 8{,}0\ s = 480\ N.s$

(b) Teorema impulso-momento: $I = \Delta p = m\Delta v = 15\ kg \cdot (v_f - v_i)^{(=0)}$

$E_c = \frac{1}{2} m v_f^2 = \frac{1}{2} 15 \cdot 32^2 \Leftrightarrow 480 = 15 v_f \Leftrightarrow v_f = 32\ m/s$

$= 7680\ J \ (\leftarrow W_F)$

(c) De $W_{NC} = \Delta E_m$ vem $W_F + W_{fk} = \Delta E_M = \Delta E_C \left(= \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 6{,}8^2 = 346{,}8\ J\right)$

$W_F = 7680\ J$, $W_{fk} = ?$ $\Rightarrow 7680 + W_{fk} = 346{,}8\ J \Leftrightarrow W_{fk} = -7333{,}2\ J$

3. **(3,0 a 4,0 val)** Um corpo de massa m = 2,50 kg segue a uma rapidez de 2,00 m/s no sentido $+x$ quando, durante 4,00 s, é sujeito a uma força dada por $F(t) = \frac{5,00}{1+t} - 0,75v^2$ (SI), no sentido $+x$. Aplicando a 2ª lei de Newton conclui-se que o movimento segundo x do corpo é dado por:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{m}\left(\frac{5,00}{1+t} - 0,75v^2\right)$$

Calcule a rapidez final do corpo resolvendo numericamente a ED acima pelo método de Euler ou Heun com passo h = 1,00 s.

(Copie e preencha a tabela abaixo para folha de ponto. Preencha a coluna k_2 só se usar Heun.)

t (s)	v (m/s)	k_1	k_2
0	2	0,8	−0,3946067
1	2,20266667	−0,4555221	−0,3750756
2	1,78986778	−0,2944213	−0,2380681
3	1,52362304	−0,1964282	−0,1650928
4	1,34286258	N/A	N/A

Max 3,0 val para resoluções pelo método de Euler; max 4,0 val por Heun.

FIM