p-Fólio

U.C. 21002
Álgebra Linear I

29 de janeiro de 2018

- O p-fólio é composto por **4** grupos de questões e respetivas alíneas, contém 2 páginas e termina com a palavra **FIM**.
- Verifique o seu exemplar e, caso encontre alguma anomalia, dirija-se ao professor vigilante nos primeiros 15 minutos da prova, pois qualquer reclamação sobre defeito(s) de formatação e/ou de impressão que dificultem a leitura não será aceite depois deste período.
- As questões do grupo **I** (escolha múltipla) deverão ser respondidas no enunciado. As questões dos grupos **II**, **III** e **IV** deverão ser respondidas no Caderno de Prova. Todos os cabeçalhos e espaços reservados à identificação, deverão ser preenchidos com letra legível. Utilize unicamente tinta azul ou preta.
- Verifique no momento da entrega da(s) folha(s) de ponto se todas as páginas estão rubricadas pelo vigilante. Caso necessite de mais do que uma folha de ponto, deverá numerá-las no canto superior direito.
- Não serão aceites folhas de ponto dobradas ou danificadas. Exclui-se, para efeitos de classificação, toda e qualquer resposta apresentada em folhas de rascunho.
- Não é permitido o uso de máquina de calcular, nem de quaisquer elementos de consulta.
- Tenha em atenção que o p-fólio tem a duração máxima de **1 hora e 30 minutos**.

Critérios de avaliação e cotação

- Com exceção das questões do grupo **I** (escolha múltipla), é necessário justificar todas as respostas e apresentar os cálculos efectuados. A apresentação de valores numéricos, como resposta, sem qualquer justificação, mesmo que corretos, terão a cotação zero.
- Cada questão do grupo **I** (escolha múltipla) tem a cotação de 1 valor. Por cada resposta errada serão descontados $\frac{1}{3}$ valores. É considerada errada uma questão com mais de uma resposta. A classificação global mínima do grupo **I** é de 0 valores. A cotação das restantes questões é a seguinte:

II	**III**	**IV**
1.5 val.	5.5 val.	2 val.

Nome: ....

Nº de Estudante: .... **B. I./C.C. nº** ....

Turma .... **Assinatura do Vigilante:** ....

I. Questões de escolha múltipla.

> Em cada questão de escolha múltipla apenas uma das afirmações a), b), c), d) é verdadeira. Indique-a marcando $\times$ no quadrado respectivo. Caso pretenda anular alguma resposta, escreva "Anulado" junto a essa resposta e indique, se for caso disso, a que pretende que seja considerada.

Questão 1

Seja $A \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$.

Então:

- ☐ a) Se A é diagonalizável então tem n valores próprios distintos.
- ☐ b) Se A tem n valores próprios distintos então é diagonalizável.
- ☐ c) A tem n valores próprios distintos se e só se é diagonalizável.
- ☐ d) Nenhuma das afirmações anteriores é verdadeira.

Questão 2

Seja A uma matriz quadrada e $p(\lambda) = (1-\lambda)(2-\lambda)$ o seu polinómio característico. Então:

- ☐ a) $\det A = 2$.
- ☐ c) $A + A^{-1} = 0$.
- ☐ b) $A^{-1} = A$.
- ☐ d) $\det A = -2$.

Questão 3

Sejam G e H subespaços de um espaço linear E, tais que $F \cap G = \{0\}$. Então:

- ☐ a) $\dim G = \dim H$.
- ☐ b) $\dim G + \dim H = \dim E$.
- ☐ c) $\dim G + \dim H = 5$.
- ☐ d) $\dim G + \dim H = \dim(G + H)$.

Nome: ....

Nº de Estudante: .... **B. I./C.C. nº** ....

Turma .... **Assinatura do Vigilante:** ....

Questões de desenvolvimento

RESPONDA AOS GRUPOS SEGUINTES NO CADERNO DE PROVA

Nos grupos seguintes justifique todas as afirmações apresentando os raciocínios e os cálculos que efetuou para as obter.

II. Diga se é verdadeira ou falsa a seguinte afirmação, justificando cuidadosamente a sua resposta através de uma demonstração ou de um contra-exemplo, consoante o que for apropriado.

Se $A \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$ é tal que $A + A^2 + A^3$ é invertível, então A também é invertível.

III. Seja $T : \mathbb{R}_2[x] \to \mathbb{R}_2[x]$ definida por $T(ax^2 + bx + c) = 2ax + b$.

a) Determine a matriz A que representa T na base canónica de $\mathbb{R}_2[x]$, na partida e na chegada.

b) Determine a dimensão e uma base para o núcleo de T.

c) Determine os valores próprios da matriz A.[1]

d) Determine os vetores próprios associados aos valores próprios que determinou na alínea anterior.

e) Será a matriz A diagonalizável? Justifique.

IV. Sejam A e $B \in \mathcal{M}_{3\times 2}(\mathbb{R})$ tais que $A^\top B$ é invertível. Mostre que então o sistema $BX = 0$ tem uma solução única, $X = 0$.

FIM

---

[1] *Se não determinou a matriz A*, considere nesta alínea e nas seguintes a matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.