UNIVERSIDADE ABERTA
www.uab.pt

Ministério da Educação e Ciência

U.C. 21076

Investigação Operacional

6 de setembro de 2017

-- INSTRUÇÕES –

Leia com atenção antes de iniciar a sua prova

- O tempo de duração da prova de exame é de **2 horas + 30 minutos de tolerância.**
- Deverá responder a todas as questões na folha de ponto, preencher todos os cabeçalhos e todos os espaços reservados à sua identificação, com letra legível.
- Verifique no momento da entrega da(s) folha(s) de ponto se todas as páginas estão rubricadas pelo vigilante. Caso necessite de mais do que uma folha de ponto, deverá numerá-las no canto superior direito.
- Em hipótese alguma serão aceites folhas de ponto dobradas ou danificadas.
- Exclui-se, para efeitos de classificação, toda e qualquer resposta apresentada em folhas de rascunho.
- Utilize unicamente tinta de cor azul ou preta.
- Os telemóveis deverão ser desligados durante toda a prova e os objectos pessoais deixados em local próprio da sala de exame.
- A prova é constituída por **4 páginas** (incluindo formulário e tabela da distribuição normal padrão) e termina com a palavra **FIM**. O exame contém **5 grupos** de questões.
- Verifique o seu exemplar e, caso encontre alguma anomalia, dirija-se ao professor vigilante nos primeiros 15 minutos da mesma, pois qualquer reclamação sobre defeito(s) de formatação e/ou de impressão que dificultem a leitura não será aceite depois deste período.
- <u>É permitida</u> a utilização de máquina de calcular.
- Nas questões que envolvam cálculos ou demonstrações o estudante deve explicitar e justificar todos os passos necessários.
- Os grupos de questões terão as seguintes cotações:

1.	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**
2.0 val.	**4.5val.**	**5.0 val.**	**4.5 val.**	**4.0 val.**

1. Comente a seguinte afirmação: "A Investigação Operacional possui um carácter Interdisciplinar por exigir conhecimentos combinados de diferentes áreas". (máx. 15 linhas).

2. Considere o seguinte problema de programação linear:

$$\textit{Maximizar} \quad F = X + Y$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} &X + Y \leq 7 \\ &X + 2Y \leq 10 \\ &X, Y \geq 0 \end{aligned}$$

a) Resolva-o graficamente.

b) Transforme as restrições em igualdades através da introdução de variáveis de folga e escreva o problema na "forma standard**".**

c) Resolva o problema pelo Algoritmo Simplex Primal.

3. Um técnico de informática especializado em reparações de Computadores Portáteis, verificou que o tempo gasto por reparação seguia uma distribuição exponencial negativa com média de 30 minutos. A reparação é feita pela ordem de chegada e os pedidos chegam de acordo com uma distribuição de Poisson a uma taxa média de 10 por dia (8/h de trabalho).

Nestas condições, determine:

a) Quanto tempo livre por dia tem em média o técnico?

b) Quantas tarefas em média ficam à espera de serem executadas?

c) Qual o tempo médio de espera?

4. Considere os dados referentes à rede de um empreendimento, e os valores da média μ e variância σ^2 referentes às atividades indicadas.

Atividade	Precedências	Duração média μ (meses)	Variância σ^2
A	-	5	1
B	A	5	3
C	-	3	1
D	C	2	4

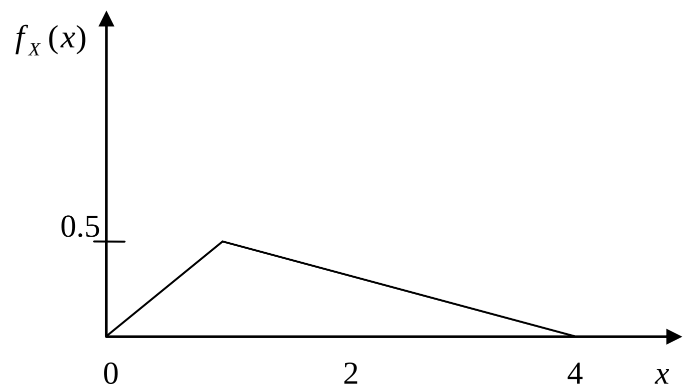
a) Trace a rede que representa o empreendimento e determine o caminho crítico.

b) Calcule a probabilidade de a duração total do empreendimento atingir os 12 meses.

c) Tendo em vista a realização de um contrato, determine a menor duração a fixar por forma que o risco de multa (por exceder o prazo) seja inferior a 1%.

5. a) Defina “Simulação” e apresente 3 exemplos de aplicação da simulação em contextos da vida real. (máx. 15 linhas).

b) Elabore uma rotina que lhe permita gerar números pseudo-aleatórios (NPA) com distribuição X , onde $f_X(x)$ representa a seguinte função de densidade de probabilidade de X.



Formulário de Filas de Espera

Sistema M/M/1, População = ∞; Fila máxima = ∞
Processo de **chegadas** Poissoniano com uma taxa de chegadas de λ clientes por unidade de tempo. Duração do **serviço** com distribuição Exponencial Negativa – taxa de atendimento de μ clientes por unidade de tempo (pelo **único servidor**). Disciplina da fila: FIFO (atendimento por ordem de chegada)
Taxa de **ocupação** $\rho = \lambda / \mu$ ($\rho < 1$) Taxa de **desocupação** $= 1 - \rho = P_0 = P(W_q = 0)$
$L = L_q + \lambda / \mu$ $L = \dfrac{\rho}{1-\rho} = \dfrac{\lambda}{\mu - \lambda}$ $L_q = \dfrac{\rho^2}{1-\rho} = \dfrac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)}$
$W = W_q + 1 / \mu$ $W = L / \lambda = \dfrac{1}{\mu - \lambda}$ $W_q = L_q / \lambda = \dfrac{\rho}{\mu - \lambda}$
$P_0 = 1 - \rho = P(W_q = 0)$ $P_n = \rho^n P_0 = \rho^n (1 - \rho)$ $P(n > k) = \rho^{k+1}$ $P(W > t) = e^{-\mu(1-\rho)t} = e^{-t/W}$ para $t \geq 0$ $P(W_q > t) = \rho\, e^{-\mu(1-\rho)t} = \rho\, e^{-t/W}$ para $t \geq 0$

Distribuição Normal Padrão **$D(Z)=P(-z<Z<z)$; $\Phi(Z)=P(Z<z)$**

Z	Φ(-Z)	Φ(Z)	D(Z)	Z	Φ(-Z)	Φ(Z)	D(Z)	Z	Φ(-Z)	Φ(Z)	D(Z)	Z	Φ(-Z)	Φ(Z)	D(Z)
0,01	0,4960	0,5040	0,0080	0,76	0,2236	0,7764	0,5527	1,51	0,0655	0,9345	0,8690	2,26	0,0119	0,9881	0,9762
0,02	0,4920	0,5080	0,0160	0,77	0,2206	0,7794	0,5587	1,52	0,0643	0,9357	0,8715	2,27	0,0116	0,9884	0,9768
0,03	0,4880	0,5120	0,0239	0,78	0,2177	0,7823	0,5646	1,53	0,0630	0,9370	0,8740	2,28	0,0113	0,9887	0,9774
0,04	0,4840	0,5160	0,0319	0,79	0,2148	0,7852	0,5705	1,54	0,0618	0,9382	0,8764	2,29	0,0110	0,9890	0,9780
0,05	0,4801	0,5199	0,0399	0,8	0,2119	0,7881	0,5763	1,55	0,0606	0,9394	0,8789	2,3	0,0107	0,9893	0,9786
0,06	0,4761	0,5239	0,0478	0,81	0,2090	0,7910	0,5821	1,56	0,0594	0,9406	0,8812	2,31	0,0104	0,9896	0,9791
0,07	0,4721	0,5279	0,0558	0,82	0,2061	0,7939	0,5878	1,57	0,0582	0,9418	0,8836	2,32	0,0102	0,9898	0,9797
0,08	0,4681	0,5319	0,0638	0,83	0,2033	0,7967	0,5935	1,58	0,0571	0,9429	0,8859	2,33	0,0099	0,9901	0,9802
0,09	0,4641	0,5359	0,0717	0,84	0,2005	0,7995	0,5991	1,59	0,0559	0,9441	0,8882	2,34	0,0096	0,9904	0,9807
0,1	0,4602	0,5398	0,0797	0,85	0,1977	0,8023	0,6047	1,6	0,0548	0,9452	0,8904	2,35	0,0094	0,9906	0,9812
0,11	0,4562	0,5438	0,0876	0,86	0,1949	0,8051	0,6102	1,61	0,0537	0,9463	0,8926	2,36	0,0091	0,9909	0,9817
0,12	0,4522	0,5478	0,0955	0,87	0,1922	0,8078	0,6157	1,62	0,0526	0,9474	0,8948	2,37	0,0089	0,9911	0,9822
0,13	0,4483	0,5517	0,1034	0,88	0,1894	0,8106	0,6211	1,63	0,0516	0,9484	0,8969	2,38	0,0087	0,9913	0,9827
0,14	0,4443	0,5557	0,1113	0,89	0,1867	0,8133	0,6265	1,64	0,0505	0,9495	0,8990	2,39	0,0084	0,9916	0,9832
0,15	0,4404	0,5596	0,1192	0,9	0,1841	0,8159	0,6319	1,65	0,0495	0,9505	0,9011	2,4	0,0082	0,9918	0,9836
0,16	0,4364	0,5636	0,1271	0,91	0,1814	0,8186	0,6372	1,66	0,0485	0,9515	0,9031	2,41	0,0080	0,9920	0,9840
0,17	0,4325	0,5675	0,1350	0,92	0,1788	0,8212	0,6424	1,67	0,0475	0,9525	0,9051	2,42	0,0078	0,9922	0,9845
0,18	0,4286	0,5714	0,1428	0,93	0,1762	0,8238	0,6476	1,68	0,0465	0,9535	0,9070	2,43	0,0075	0,9925	0,9849
0,19	0,4247	0,5753	0,1507	0,94	0,1736	0,8264	0,6528	1,69	0,0455	0,9545	0,9090	2,44	0,0073	0,9927	0,9853
0,2	0,4207	0,5793	0,1585	0,95	0,1711	0,8289	0,6579	1,7	0,0466	0,9554	0,9109	2,45	0,0071	0,9929	0,9857
0,21	0,4168	0,5832	0,1663	0,96	0,1685	0,8315	0,6629	1,71	0,0436	0,9564	0,9127	2,46	0,0069	0,9931	0,9861
0,22	0,4129	0,5871	0,1741	0,97	0,1660	0,8340	0,6680	1,72	0,0427	0,9573	0,9146	2,47	0,0068	0,9932	0,3865
0,23	0,4090	0,5910	0,1819	0,98	0,1635	0,8365	0,6729	1,73	0,0418	0,9582	0,9164	2,48	0,0066	0,9934	0,3869
0,24	0,4052	0,5948	0,1897	0,99	0,1611	0,8389	0,6778	1,74	0,0409	0,9591	0,9181	2,49	0,0064	0,9936	0,9872
0,25	0,4013	0,5987	0,1974	1	0,1587	0,8413	0,6827	1,75	0,0401	0,9599	0,9199	2,5	0,0062	0,9938	0,9876
0,26	0,3974	0,6026	0,2051	1,01	0,1562	0,8438	0,6875	1,76	0,0392	0,9608	0,9216	2,51	0,0060	0,9940	0,9879
0,27	0,3936	0,6064	0,2128	1,02	0,1539	0,8461	0,6923	1,77	0,0384	0,9616	0,9233	2,52	0,0059	0,9941	0,9883
0,28	0,3897	0,6103	0,2205	1,03	0,1515	0,8485	0,6970	1,78	0,0375	0,9625	0,9249	2,53	0,0057	0,9943	0,9886
0,29	0,3859	0,6141	0,2282	1,04	0,1492	0,8508	0,7017	1,79	0,0367	0,9633	0,9265	2,54	0,0055	0,9945	0,9889
0,3	0,3821	0,6179	0,2358	1,05	0,1469	0,8531	0,7063	1,8	0,0359	0,9641	0,9281	2,55	0,0054	0,9946	0,9892
0,31	0,3783	0,6217	0,2434	1,06	0,1446	0,8554	0,7109	1,81	0,0351	0,9649	0,9297	2,56	0,0052	0,9948	0,9895
0,32	0,3745	0,6255	0,2510	1,07	0,1423	0,8577	0,7154	1,82	0,0344	0,9656	0,9312	2,57	0,0051	0,9949	0,9898
0,33	0,3707	0,6293	0,2586	1,08	0,1401	0,8599	0,7199	1,83	0,0336	0,9664	0,9328	2,58	0,0049	0,9951	0,9901
0,34	0,3669	0,6331	0,2661	1,09	0,1379	0,8621	0,7243	1,84	0,0329	0,9671	0,9342	2,59	0,0048	0,9952	0,9904
0,35	0,3632	0,6368	0,2737	1,1	0,1357	0,8643	0,7287	1,85	0,0322	0,9678	0,9357	2,6	0,0047	0,9953	0,9907
0,36	0,3594	0,6406	0,2812	1,11	0,1335	0,8665	0,7330	1,86	0,0314	0,9686	0,9371	2,61	0,0045	0,9955	0,9909
0,37	0,3557	0,6443	0,2886	1,12	0,1314	0,8686	0,7373	1,87	0,0307	0,9693	0,9385	2,62	0,0044	0,9956	0,9912
0,38	0,3520	0,6480	0,2961	1,13	0,1292	0,8707	0,7415	1,88	0,0301	0,9699	0,9399	2,63	0,0043	0,9957	0,9915
0,39	0,3483	0,6517	0,3035	1,14	0,1271	0,8729	0,7457	1,89	0,0294	0,9706	0,9412	2,64	0,0041	0,9959	0,9917
0,4	0,3446	0,6554	0,3108	1,15	0,1251	0,8749	0,7499	1,9	0,0287	0,9713	0,9426	2,65	0,0040	0,9960	0,9920
0,41	0,3409	0,6591	0,3182	1,16	0,1230	0,8770	0,7540	1,91	0,0281	0,9719	0,9439	2,66	0,0039	0,9961	0,9922
0,42	0,3372	0,6628	0,3255	1,17	0,1210	0,8790	0,7580	1,92	0,0274	0,9726	0,9451	2,67	0,0038	0,9962	0,9924
0,43	0,3336	0,664	0,3328	1,18	0,1190	0,8810	0,7620	1,93	0,0268	0,9732	0,9464	2,68	0,0037	0,9963	0,9926
0,44	0,3300	0,6700	0,3401	1,19	0,1170	0,8830	0,7660	1,94	0,0262	0,9738	0,9476	2,69	0,0036	0,9964	0,9929
0,45	0,3264	0,6736	0,3473	1,2	0,1151	0,8849	0,7699	1,95	0,0256	0,9744	0,9488	2,7	0,0035	0,9965	0,9931
0,46	0,3228	0,6772	0,3545	1,21	0,1131	0,8869	0,7737	1,96	0,0250	0,9750	0,9500	2,71	0,0034	0,9966	0,9933
0,47	0,3192	0,6808	0,3616	1,22	0,1112	0,8888	0,7775	1,97	0,0244	0,9756	0,9512	2,72	0,0033	0,9967	0,9935
0,48	0,3156	0,6844	0,3688	1,23	0,1093	0,8907	0,7813	1,98	0,0239	0,9761	0,9523	2,73	0,0032	0,9968	0,9937
0,49	0,3121	0,6879	0,3759	1,24	0,1075	0,8925	0,7850	1,99	0,0233	0,9767	0,9534	2,74	0,0031	0,9969	0,9939
0,5	0,3085	0,6915	0,3829	1,25	0,1056	0,8944	0,7887	2	0,0228	0,9772	0,9545	2,75	0,0030	0,9970	0,9940
0,51	0,3050	0,6950	0,3899	1,26	0,1038	0,8962	0,7923	2,01	0,0222	0,9778	0,9556	2,76	0,0029	0,9971	0,9942
0,52	0,3015	0,6985	0,3969	1,27	0,1020	0,8980	0,7959	2,02	0,0217	0,9783	0,9566	2,77	0,0028	0,9972	0,9944
0,53	0,2981	0,7019	0,4039	1,28	0,1003	0,8997	0,7995	2,03	0,0212	0,9788	0,9576	2,78	0,0027	0,9973	0,9946
0,54	0,2946	0,7054	0,4108	1,29	0,0985	0,9015	0,8029	2,04	0,0207	0,9793	0,9586	2,79	0,0026	0,9974	0,9947
0,55	0,2912	0,7088	0,4177	1,3	0,0968	0,9032	0,8064	2,05	0,0202	0,9798	0,9596	2,8	0,0026	0,9974	0,9949
0,56	0,2877	0,7123	0,4245	1,31	0,0951	0,9049	0,8098	2,06	0,0197	0,9803	0,9606	2,81	0,0025	0,9975	0,9950
0,57	0,2843	0,7157	0,4313	1,32	0,0934	0,9066	0,8132	2,07	0,0192	0,9808	0,9615	2,82	0,0024	0,9976	0,9952
0,58	0,2810	0,7190	0,4381	1,33	0,0918	0,9082	0,8165	2,08	0,0188	0,9812	0,9625	2,83	0,0023	0,9977	0,9953
0,59	0,2776	0,7224	0,448	1,34	0,0901	0,9099	0,8198	2,09	0,0183	0,9817	0,9634	2,84	0,0023	0,9977	0,9955
0,6	0,2743	0,7257	0,4515	1,35	0,0885	0,9115	0,8230	2,1	0,0179	0,9821	0,9643	2,85	0,0022	0,9978	0,9956
0,61	0,2709	0,7291	0,4581	1,36	0,0869	0,9131	0,8262	2,11	0,0174	0,9826	0,9651	2,86	0,0021	0,9979	0,9958
0,62	0,2676	0,7324	0,4647	1,37	0,0853	0,9147	0,8293	2,12	0,0170	0,9830	0,9660	2,87	0,0021	0,9979	0,9959
0,63	0,2643	0,7357	0,4713	1,38	0,08938	0,9162	0,8324	2,13	0,0166	0,9834	0,9668	2,88	0,0020	0,9980	0,9960
0,64	0,2611	0,7389	0,4778	1,39	0,0823	0,9177	0,8355	2,14	0,0162	0,9838	0,9676	2,89	0,0019	0,9981	0,9961
0,65	0,2578	0,7422	0,4843	1,4	0,0808	0,9192	0,8385	2,15	0,0158	0,9842	0,9684	2,9	0,0019	0,9981	0,9963
0,66	0,2546	0,7454	0,4907	1,41	0,0793	0,9207	0,8415	2,16	0,0154	0,9846	0,9692	2,91	0,0018	0,9982	0,9964
0,67	0,2514	0,7486	0,4971	1,42	0,0778	0,9222	0,8444	2,17	0,0150	0,9850	0,9700	2,92	0,0018	0,9982	0,9965
0,68	0,2483	0,7517	0,5035	1,43	0,0764	0,9236	0,8473	2,18	0,0146	0,9854	0,9707	2,93	0,0017	0,9983	0,9966
0,69	0,2451	0,7549	0,5098	1,44	0,0749	0,9251	0,8501	2,19	0,0143	0,9857	0,9715	2,94	0,0016	0,9984	0,9967
0,7	0,2420	0,7580	0,5161	1,45	0,0735	0,9265	0,8529	2,2	0,0139	0,9861	0,9722	2,95	0,0016	0,9984	0,9968
0,71	0,2389	0,7611	0,5223	1,46	0,0721	0,9279	0,8557	2,21	0,0136	0,9864	0,9729	2,96	0,0015	0,9985	0,9969
0,72	0,2358	0,7642	0,5285	1,47	0,0708	0,9292	0,8584	2,22	0,0132	0,9868	0,9736	2,97	0,0015	0,9985	0,9970
0,73	0,2327	0,7673	0,5346	1,48	0,0694	0,9306	0,8611	2,23	0,0129	0,9871	0,9743	2,98	0,0014	0,9986	0,9971
0,74	0,2296	0,7704	0,5407	1,49	0,0681	0,9319	0,8638	2,24	0,0125	0,9875	0,9749	2,99	0,0014	0,9986	0,9972
0,75	0,2266	0,7734	0,5487	1,5	0,0668	0,9332	0,8664	2,25	0,0122	0,9878	0,9756	3	0,0013	0,9987	0,9973

FIM