e-Fólio B

Nome: ....

B. I.: .... **N^0 de Estudante:** ....

Curso: .... **Turma:** ....

Unidade Curricular: Elementos de Probabilidades e Estatística **Código:** 21037

Data: .... **Ano Lectivo:** 2013/14

Docente: Maria João Oliveira **Classificação:** ....

Para a resolução do **e-Fólio B**, aconselha-se que:

- Imprima este documento (não necessariamente a cores).
- Preencha devidamente o cabeçalho do exemplar.
- O e-Fólio é composto por quatro grupos de questões, num total de 2 páginas e termina com a palavra FIM. As suas respostas às questões deste e-Fólio não devem ultrapassar 10 páginas.
- Escreva sempre com letra legível.
- Depois de ter realizado o e-Fólio produza um documento único em **formato PDF**, que inclua esta folha de rosto e as suas respostas, e insira-o, na página moodle da unidade curricular, em "e-Fólio B" até ao dia 26 de Maio.

Critérios de avaliação e cotação:

- A cotação total deste e-Fólio é de **4 valores**.
- Para a correcção das questões constituem critérios de primordial importância, além da óbvia correcção científica das respostas, a capacidade de escrever clara, objectiva e correctamente, de estruturar logicamente as respostas e de desenvolver e de apresentar os cálculos e o raciocínio matemático correctos, utilizando notação apropriada.
- Justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efectuar. Não será atribuída classificação a uma resposta não justificada.

Nota: O e-Fólio é uma prova TOTALMENTE individual. A suspeita fundamentada de cópia, ou de plágio, é motivo de anulação imediata do mesmo.

1. (**0.4 valor**) Considere novamente a experiência aleatória que consiste em escolher ao acaso um número com 3 dígitos, de 000 a 999 (Grupo 1 do e-Fólio A).

Identifique o espaço de resultados e a variável aleatória subjacente.

2. (**1.2 valores**) Sejam X e Y duas variáveis aleatórias independentes de Poisson de parâmetro, respectivamente, $\lambda > 0$ e $\mu > 0$. Mostre que:

2.1. Para qualquer $n = 0, 1, \ldots,$

$$P(X + Y = n) = \frac{e^{-(\lambda+\mu)}}{n!}(\lambda + \mu)^n.$$

2.2. Para quaisquer números inteiros $m, n = 0, 1, \ldots,$ $m \leq n$, tem-se

$$P(X = m \,|\, X + Y = n) = \binom{n}{m} \left(\frac{\lambda}{\lambda + \mu}\right)^m \left(\frac{\mu}{\lambda + \mu}\right)^{n-m}.$$

2.3. Por recurso às alíneas anteriores, conclua que X e $X + Y$ são variáveis aleatórias dependentes.

3. (**0.8 valor**) Considere uma variável aleatória X tal que $E[(X-1)^2] = 10$, $E[(X-2)^2] = 5$. Calcule:

3.1. O valor esperado de X.

3.2. A variância de X.

4. (**1.6 valores**) Sejam X e Y duas variáveis aleatórias discretas cuja função de probabilidade conjunta é dada por

$$f(1,3) = 0.1, \quad f(1,5) = 0.3, \quad f(2,3) = 0.4, \quad f(2,5) = 0.2.$$

4.1. **Sem determinar as funções de probabilidade marginal de X e de Y**, calcule, justificando:

4.1.1. O valor de $P(X = 1, Y \leq 4)$ e de $P(X = 2 \,|\, Y = 3)$.

4.1.2. O valor de $E(X)$ e de $E(Y)$.

4.1.3. A covariância entre X e Y.

4.2. Determine a função de distribuição marginal de X.

FIM