

Cálculo para Informática (21157)
2ª Actividade Formativa

1 Calcule o limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + \operatorname{sen}^3(x))}{x^3}$

Sugestão: Use a regra da Substituição.

2 Prove que a sucessão x_n tal que $x_1 = 1$ e $x_{n+1} = \sqrt{x_n} - \frac{1}{4}$ é convergente e calcule o seu limite.

Sugestão: Tenha em consideração que se $f : R \rightarrow R$ é uma função contínua e se $x_n \xrightarrow[n \rightarrow +\infty]{} x$ então

$$f(x_n) \xrightarrow[n \rightarrow +\infty]{} f(x)$$

3 Seja $f : R \rightarrow R$ uma função par., se f é diferenciável no ponto $a > 0$, com $f'(a) = k$ calcule $f'(-a)$.

4 Ache o ponto da parábola $y = x^2$ que está mais próximo do ponto $A = \left(2, \frac{1}{2}\right)$.

5 Seja $f : R \rightarrow R$ definida por $f(x) = x^3 + x - 1$. Prove que a função f tem uma única raiz em R

6 Prove que a função $f(x) = x^{10} + x^2 - 1$ tem duas e somente duas raízes em R .

7 Prove que $\log(1+x) - \log(x) < \frac{1}{x}$ para $x \in]0, +\infty[$

8 Prove que o rectângulo de área máxima para um dado perímetro é um quadrado.

9 Calcule o limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}(x) - x + \frac{x^3}{6}}{\operatorname{sen}^5(x)}$ Justifique

10 Calcule o limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - 2 \cos(x) - x^2}{\operatorname{tg}^2(x) - \operatorname{sen}^2(x)}$ Justifique

11 Calcule o limite $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\log(x)} \right)$ Justifique.

12 Calcule o limite $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\operatorname{tg}(x))^{\operatorname{tg}(2x)}$ Justifique.

13 Prove que $8 + \frac{1}{9} < \sqrt{66} < 8 + \frac{1}{8}$