Elementos de Análise Infinitesimal I | 21030

Período de Realização

Decorre de 27 de outubro a 3 de novembro de 2022

Data de Limite de Entrega

3 de novembro de 2022, até às 23h59 de Portugal Continental

Tema

Números, sucessões e séries

Trabalho a desenvolver

Resolução dos três grupos de exercícios constantes do enunciado.

Critérios de avaliação e cotação

Na avaliação do trabalho serão tidos em consideração os seguintes critérios e cotações:

1. A cotação total deste e-Fólio é de 4 valores.
2. Para a correção das questões constituem critérios de primordial importância, além da óbvia correção científica das respostas, a capacidade de escrever clara, objetiva e corretamente, de estruturar logicamente as respostas e de desenvolver e de apresentar os cálculos e o raciocínio matemático corretos, utilizando notação apropriada.
3. Justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efetuar. Não será atribuída classificação a uma resposta não justificada.

Normas a respeitar

O E-fólio é uma prova **inteiramente** individual.

As suas respostas às questões deste E-fólio não devem ultrapassar 8 páginas A4.

Escreva sempre com letra legível.

Depois de ter realizado o E-fólio produza um documento em **formato PDF** e nomeie o ficheiro com o seu número de estudante, seguido da identificação do E-fólio, segundo o exemplo apresentado: 000000efolioA.pdf

Deve carregar o referido ficheiro para a plataforma no dispositivo E-fólio A até à data e hora limite de entrega. Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas.

O ficheiro a enviar não deve exceder 10 MB.

Votos de bom trabalho!

Maria João Oliveira

Enunciado

1. (0,8 valor) Dado $|r| < 1$, por recurso ao método de indução mostre que

$$\sum_{k=m}^{\infty} r^k = \frac{r^m}{1-r}, \quad m \in \mathbb{N}_0.$$

2. (1,6 valor) Seja $(a_k)_{k\in\mathbb{N}_0}$ uma progressão geométrica convergente para 0.

2.1. Mostre que para qualquer $\alpha \geq 1$ a série

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k^{\alpha} \tag{1}$$

é convergente.

2.2. Determine o valor da soma (1).

3. (1,6 valor) Considere a sucessão $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ definida recursivamente por

$$\begin{cases} a_1 = -\frac{2}{5} \\ \\ a_{n+1} = \dfrac{a_n - 3}{6}, \quad n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

e cujos termos são todos maiores ou iguais a $-\frac{3}{5}$.

3.1. Sem utilizar o método de indução, verifique que a sucessão é monótona.

3.2. Determine, caso existam, $\inf\{a_{2n} : n \in \mathbb{N}\}$ e $\sup\{a_{2n} : n \in \mathbb{N}\}$.

FIM