Álgebra Linear I | 21002

Período de Realização

Decorre de 05 a 15 de janeiro de 2026

Data Limite de Entrega

15 de janeiro de 2026, até às 23h59 de Portugal Continental

Temas

Secções 4.3 (Combinação linear de vectores e subespaço gerado) até à 6.1 (Valores e vectores próprios), inclusive do livro da bibliografia obrigatória.

Critérios de avaliação e cotação

Na avaliação do trabalho serão tidos em consideração os seguintes critérios e cotações:

1. A cotação total desta prova é de 4 valores.
2. Para a correção das questões constituem critérios de primordial importância, além da óbvia correção científica das respostas, a capacidade de escrever clara, objetiva e corretamente, de estruturar logicamente as respostas e de desenvolver e de apresentar os cálculos e o raciocínio matemático corretos, utilizando notação apropriada.
3. Justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efetuar. Não será atribuída classificação a uma resposta não justificada.
4. A distribuição da cotação é a seguinte:

1.	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**
1,0 val.	**1,0** val.	**1,0** val.	**0,5** val.	**0,5** val.

Normas a respeitar

O E-fólio é uma prova **inteiramente** individual. Isto significa que deverá realizar a prova sozinho(a), sem a ajuda de colegas, ou de terceiras pessoas, e sem a ajuda de ferramentas de inteligência artificial. As únicas ajudas que pode utilizar são

- Isabel Cabral, Cecília Perdigão, Carlos Saiago: *Álgebra Linear: Teoria, Exercícios Resolvidos e Exercícios Propostos com Soluções*, Escolar Editora, Lisboa, 6ª edição, 2021.

ou outras edições e os materiais disponibilizados na página do curso.

As suas respostas às questões deste E-fólio não devem ultrapassar 10 páginas A4.

Escreva sempre com letra legível.

Depois de ter realizado o E-fólio produza um documento em **formato PDF** e nomeie o ficheiro com o seu número de estudante, seguido da identificação do E-fólio, segundo o exemplo apresentado: 000000efolioB.pdf

Deve carregar o referido ficheiro para a plataforma no dispositivo E-fólio B até à data e hora limite de entrega. Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas.

O ficheiro a enviar não deve exceder 8 MB.

Votos de bom trabalho!

Adelino Paiva

Enunciado

1. CONSIDERE A APLICAÇÃO $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ DEFINIDA POR

$$f(x, y, z) = (x - y,\ y - z,\ z - x).$$

1.1. DETERMINE O NÚCLEO DE f.

1.2. AVERIGUE SE f É INJETIVA E/OU SOBREJETIVA.

2. SEJA $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ UMA APLICAÇÃO LINEAR TAL QUE

$f(1,2,3) = (1,2,3,4)$, $f(2,2,5) = (2,3,4,5)$, $f(3,5,8) = (3,4,5,6)$.

2.1. DETERMINE A MATRIZ DE f EM RELAÇÃO ÀS BASES CANÓNICAS DE $\mathbb{R}^3$ E $\mathbb{R}^4$.

2.2. DETERMINE $f(x,y,z)$ PARA QUALQUER $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$.

3. CONSIDERE A MATRIZ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & -3 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.

3.1. DETERMINE OS VALORES PRÓPRIOS DE A E AS RESPETIVAS MULTIPLICIDADES ALGÉBRICAS.

3.2. DETERMINE A MULTIPLICIDADE GEOMÉTRICA DE CADA VALOR PRÓPRIO DE A.

4. SEJAM E, F ESPAÇOS VETORIAIS DE DIMENSÃO FINITA, $f: E \to F$ UMA APLICAÇÃO LINEAR E $v_1, \ldots, v_k \in E$. MOSTRE QUE SE $(f(v_1), \ldots, f(v_k))$ É LINEARMENTE INDEPENDENTE, ENTÃO $(v_1, \ldots, v_k)$ É LINEARMENTE INDEPENDENTE.

5. SEJAM A, B MATRIZES DE TIPO $n \times n$ TAIS QUE EXISTE UMA BASE $(v_1, \ldots, v_n)$ DE $\mathbb{R}^n$ FORMADA POR VETORES PRÓPRIOS COMUNS A AMBAS AS MATRIZES. MOSTRE QUE $AB = BA$.

FIM