UNIVERSIDADE ABERTA
www.uab.pt

Ministério da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior

p-Fólio

U.C. 21080
Matemática Aplicada à Gestão I

08 de Fevereiro de 2013

- INSTRUÇÕES -

- O estudante deverá responder à prova na folha de ponto e preencher o cabeçalho e todos os espaços reservados à sua identificação, com letra legível.
- Sempre que não utilize o enunciado da prova para resposta, poderá ficar na posse do mesmo.
- No caso de provas com escolha múltipla, **sem grelha de resposta**, deverá indicar a resposta correcta na folha de ponto, indicando o número da pergunta e a resposta que considera correcta.
- No caso de provas com escolha múltipla, **com grelha de resposta, tabela e/ou espaços para preenchimento**, deverá efectuar as respostas no enunciado, pelo que o mesmo deverá ser entregue ao vigilante, juntamente com a folha de ponto, **não sendo permitido ao estudante levar o enunciado**.
- Verifique no momento da entrega da(s) folha(s) de ponto se todas as páginas estão rubricadas pelo vigilante. Caso necessite de mais do que uma folha de ponto, deverá numerá-las no canto superior direito.
- Em hipótese alguma serão aceites folhas de ponto dobradas ou danificadas.
- Exclui-se, para efeitos de classificação, toda e qualquer resposta apresentada em folhas de rascunho.
- Os telemóveis deverão ser desligados durante toda a prova e os objectos pessoais deixados em local próprio da sala de exame.
- A prova é constituída por 7 páginas e termina com a palavra **FIM**. Verifique o seu exemplar e, caso encontre alguma anomalia, dirija-se ao professor vigilante nos primeiros 15 minutos da mesma, pois qualquer reclamação sobre defeito(s) de formatação e/ou de impressão que dificultem a leitura não será aceite depois deste período.
- Utilize unicamente tinta azul ou preta.
- É permitido o uso de máquina de calcular.
- **Duração: 90 minutos**.
- As questões terão as cotações seguintes:

1.	2.
6.0	6.0

Justifique todas as afirmações e apresente os cálculos realizados para as obter

1. Considere o modelo económico

$$\begin{cases} Y = C + I_0 + G_0 \\ C = 3 + \frac{1}{2}(Y - T) \\ T = 2 + \frac{1}{3}Y \end{cases}$$

com variáveis exógenas I_0 (despesas de investimento) e G_0 (despesas governamentais).

(a) Disponha as três variáveis endogenas do modelo na ordem Y, C, T e determine a matriz de coeficientes e o vetor de constantes do modelo.

Solução: Temos

$$\begin{cases} Y - C = I_0 + G_0 \\ -\frac{1}{2}Y + C + \frac{1}{2}T = 3 \\ -\frac{1}{3}Y + T = 2 \end{cases}$$

Logo a matriz de coeficientes e o vetor de constantes do modelo são:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{3} & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

e

$$\begin{bmatrix} I_0 + G_0 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

e o modelo é dado na forma matricial por:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{3} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y \\ C \\ T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_0 + G_0 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Cotação:

1.00 - matriz de coeficientes certa

1.00 - vetor de constantes certo.

(b) Resolva o modelo pela regra de Cramer.

Solução:

$$Y^* = \frac{\begin{vmatrix} I_0+G_0 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & \frac{1}{2} \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{3} & 0 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{(I_0+G_0)+2}{2/3} = \frac{3}{2}I_0 + \frac{3}{2}G_0 + 3.$$

$$C^* = \frac{\begin{vmatrix} 1 & I_0+G_0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 3 & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{3} & 2 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{3} & 0 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{2-(I_0+G_0)(-1/3)}{2/3} = \frac{1}{2}I_0 + \frac{1}{2}G_0 + 3.$$

$$T^* = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -1 & I_0+G_0 \\ -\frac{1}{2} & 1 & 3 \\ -\frac{1}{3} & 0 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{3} & 0 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{2+0+(I_0+G_0)(\frac{1}{3})}{2/3} = \frac{1}{2}I_0 + \frac{1}{2}G_0 + 3.$$

Cotação:

1.00 - valor de Y^* certo

1.00 - valor de C^* certo

1.00 - valor de T^* certo

50% do valor acima se não usar a regra de Cramer.

(c) Determine os multiplicadores do valor de equilibrio C^* relativos a cada uma das variáveis exógenas.

Solução:

Temos $\frac{1}{2}$ para I_0 e $\frac{1}{2}$ para G_0.

Cotação:

0.500 - multiplicador de I_0 certo

0.500 - multiplicador de G_0^* certo

2. Considere um modelo económico cujo mercado de bens é descrito por

$$\begin{cases} Y = C + I + G_0 \\ C = \frac{11}{4} + \frac{1}{4}Y \\ I = -4r(r^2 - 1) \end{cases}$$

e o mercado monetário e descrito por

$$\begin{cases} M_d = M_s \\ M_d = 8Y - 12r \\ M_s = M_0 \end{cases}$$

com variáveis exógenas M_0 (oferta de moeda) e G_0 (despesas governamentais).

(a) Determine o sistema de equações que descreve o estado de equilibrio macroeconomico simultâneo de ambos os mercados que definem implicitamente as duas variáveis endógenas, Y e r, como funções das variáveis exógenas, G_0 e M_0.

Solução: Temos

$$\begin{cases} Y = (\frac{11}{4} + \frac{1}{4}Y) + (-4r(r^2 - 1)) + G_0 \\ 8Y - 12r = M_0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{4}Y + 4r^3 - 4r = G_0 + \frac{11}{4} \\ 8Y - 12r = M_0 \end{cases}$$

Cotação:

1.00 - sistema certo

(b) Calcule o determinante jacobiano do sistema de equações da alínea (a) e mostre que é possível definir implicitamente os valores de equilibrio Y^* e r^* em função das variáveis exógenas, G_0 e M_0.

Solução: Tomando o diferencial total do sistema, obtemos:

$$\begin{cases} \frac{3}{4}dY + (12r^2 - 4)dr = dG_0 \\ 8dY - 12dr = dM_0 \end{cases}$$

ou seja, na forma matricial

$$\begin{bmatrix} \frac{3}{4} & (12r^2-4) \\ 8 & -12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dY \\ dr \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dG_0 \\ dM_0 \end{bmatrix}$$

O determinante jacobiano é:

$$\begin{vmatrix} \frac{3}{4} & (12r^2-4) \\ 8 & -12 \end{vmatrix} = -9 - 8(12r^2-4) = -96r^2 + 23$$

que é diferente de 0 para $r \neq \sqrt{\frac{23}{96}} \approx 0.48947$. Logo pelo teorema da função implicita, para $r \neq \sqrt{\frac{23}{96}} \approx 0.48947$, é possível definir implicitamente os valores de equilibrio Y^* e r^* em função das variáveis exógenas, G_0 e M_0.

Cotação:

0.500 - determinante jacobiano certo

0.500 - aplicação do teorema da função implicita (com indicação dos valores de r) certa.

(c) Determine os efeitos da variação da política monetária sobre os valores de equilibrio Y^* e r^*.

Solução: Fazendo $dG_0 = 0$ e dividindo ambos os lados do sistema por dM_0, obtemos:

$$\begin{bmatrix} \frac{3}{4} & (12r^2-4) \\ 8 & -12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dY^*}{dM_0} \\ \frac{dr^*}{dM_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Usando a regra de Cramer, obtemos

$$\frac{dY^*}{dM_0} = \frac{1}{-96r^2+23} \begin{vmatrix} 0 & (12r^2-4) \\ 1 & -12 \end{vmatrix} = \frac{-12r^2+4}{-96r^2+23}$$

que é positivo para $0 < r < 0.48947$ ou $0.57735 < r$ (onde $0.57735 \approx \sqrt{\frac{4}{12}}$) e é negativo para $0.48947 < r < 0.57735$;

$$\frac{dr^*}{dM_0} = \frac{1}{-96r^2+23} \begin{vmatrix} \frac{3}{4} & 0 \\ 8 & 1 \end{vmatrix} = \frac{\frac{3}{4}}{-96r^2+23}$$

que é positivo para $0 < r < 0.48947$ e é negativo para $0.48947 < r$.

Logo, para $0 < r < 0.48947$ ou $0.57735 < r$, um aumento (resp, uma diminuição) na oferta da moeda provoca um aumento (resp, uma diminuição) no valor de Y^*; para $0.48947 < r < 0.57735$, um aumento (resp, uma diminuição) na oferta da moeda provoca uma diminuição (resp. um aumento) no valor de Y^*. Do mesmo modo, para $0 < r < 0.48947$ um aumento (resp, uma diminuição) na oferta da moeda provoca um aumento (resp, uma diminuição) no valor de r^*; para $0.48947 < r$ um aumento (resp, uma diminuição) na oferta da moeda provoca uma diminuição (resp. um aumento) no valor de r^*.

Cotação:

1.00 - cálculo de $\frac{dY^*}{dM_0}$ certo

1.00 - cálculo de $\frac{dr^*}{dM_0}$ certo

1.00 - descrição da variação de Y^* certa

1.00 - descrição da variação de r^* certa.

50% do valor acima se houver erros pequenos na descrição da variação respectiva.

FIM