



## Matemática Finita | 21082

### Período de Realização

Decorre de 6 a 15 de abril de 2018

### Data de Limite de Entrega

15 de abril de 2018, até às 23h55 de Portugal Continental

### Tema

Combinatória Enumerativa

### Competências

- a) classificar e descrever correspondências;
- b) interpretar e contar elementos de conjuntos finitos;
- c) aplicar as igualdades binomiais;
- d) aplicar o princípio de indução matemática.

### Trabalho a desenvolver

Deve resolver os sete exercícios constantes no enunciado.

### Critérios de avaliação e cotação

Na avaliação do trabalho serão tidos em consideração os seguintes critérios e cotações:

1. A cotação total deste e-Fólio é de 4 valores;
2. Com excepção das 3 questões de escolha múltipla, justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efectuar.

3. Cada questão de escolha múltipla tem a cotação de 0.3 valores. Por cada resposta incorrecta serão descontados 0.1 valores. É considerada errada uma questão com mais de uma resposta. A classificação mínima destas 3 questões é de 0 valores. A distribuição da cotação é a seguinte:

1-3	ERRADAS				
C		0	1	2	3
E	0	0.0	0.0	0.0	0.0
R	1	0.3	0.2	0.1	
T	2	0.6	0.5		
AS	3	<b>0.9</b>			

4.	5.	6.	7.
<b>1.0 val.</b>	<b>1.0 val.</b>	<b>0.6 val.</b>	<b>0.5 val.</b>

### Normas a respeitar

Deve redigir o seu E-fólio na Folha de Resolução disponibilizada na turma e preencher todos os dados do cabeçalho.

Caso não realize o seu E-fólio por escrito mas num outro formato, preencha igualmente o cabeçalho da Folha de Resolução e declare nela que terminou o seu trabalho até à data e hora determinada pelo professor.

Se tiver publicado o seu trabalho na Internet, cole na Folha de Resolução a hiperligação para o mesmo.

Todas as páginas do documento devem ser numeradas.

O seu E-fólio não deve ultrapassar **seis** páginas A4.

Nomeie o ficheiro com o seu número de estudante, seguido da identificação do E-fólio, segundo o exemplo apresentado: 000000efolioA.

Deve carregar o referido ficheiro para a plataforma no dispositivo E-fólio A até à data e hora limite de entrega. Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas.

O ficheiro a enviar não deve exceder 8 MB.

Votos de bom trabalho!

Gilda Ferreira e Ana Nunes

## Enunciado

1. O Francisco convidou 5 colegas para irem com ele ao cinema. Comprou 6 bilhetes com numeração seguida numa determinada fila. Ao chegarem à sala apercebeu-se que dois deles (o João e o Fernando) estavam incompatibilizados. De quantas maneiras diferentes se podem sentar de modo a que o João e o Fernando não fiquem lado a lado e o lugar do João tenha numeração mais baixa do que o lugar do Francisco? (Escolha a opção correta)
  - a) 240
  - b) 720
  - c) 480
  - d) Nenhuma das opções anteriores
2. Sejam  $f$  e  $g$  funções tais que  $f$  é bijetiva e  $f \circ g$  é sobrejetiva. Nestas condições: (Escolha a opção correta)
  - a) A função  $g$  é injetiva
  - b) A função  $f \circ g$  é injetiva
  - c) A função  $g$  é não injetiva
  - d) Nenhuma das opções anteriores
3. Seja  $X$  um conjunto finito. Relativamente à cardinalidade de  $X \cup (X \times \{a\})$  podemos afirmar que: (Escolha a opção correta)
  - a) Se  $a \in X$  então  $\#(X \cup (X \times \{a\})) = \#X$
  - b) Se  $a \notin X$  então  $\#(X \cup (X \times \{a\})) = \#X + 1$
  - c) Quer  $a \in X$  quer  $a \notin X$  temos que  $\#(X \cup (X \times \{a\})) = 2 \cdot (\#X)$
  - d) Quer  $a \in X$  quer  $a \notin X$  temos que  $\#(X \cup (X \times \{a\})) = \#X$
4. Prove que para todo  $n \in \mathbb{N}$  se tem  $(x + 1)^n \geq 1 + nx$  com  $x \geq 0$ .
  - (a) Pelo método de indução matemática.
  - (b) Usando uma igualdade binomial.
5. Entre 120 alunos que frequentam o mesmo colégio e que têm ao seu dispor três atividades extra-curriculares, 20 fazem ballet, 80 têm música e 40 praticam natação. Sabe-se ainda que um aluno que tenha ballet não tem mais nenhuma atividade extra-curricular e que há exatamente 30 alunos que estão simultaneamente na música e na natação.

- (a) Há alunos sem nenhuma atividade extra-curricular? Se sim, indique quantos. Se não, justifique.
- (b) Quantas maneiras distintas existem de distribuir 25 barras energéticas (todas iguais) pelos alunos que praticam ballet sendo que cada aluno tem de ficar com pelo menos uma barra?

6. Usando uma das igualdades binomiais estudadas, prove que existe  $x \in \mathbb{N}$ , tal que

$$\binom{n}{0} + 2\binom{n}{1} + 2^2\binom{n}{2} + \dots + 2^n\binom{n}{n} = x^n, \quad \text{para todo } n \in \mathbb{N}.$$

7. Suponha que existem duas funções injetivas  $f : \mathbb{N} \rightarrow X$  e  $g : X \rightarrow \mathbb{N}$ . Será  $X$  um conjunto enumerável? Se sim prove, se não justifique.

FIM