

Critérios E-fólio A, RRC 21/22

8 perguntas , valendo 0,5 valores cada.

Pergunta 1

Suponha que tem a seguinte base de conhecimento:

$$S \vee Q \Rightarrow \neg T, P \vee \neg Q, (P \vee \neg Q) \Rightarrow T, (\neg S \wedge \neg Q) \Rightarrow (T \wedge R \vee T \wedge Q)$$

Mostre utilizando a regra de inferência Modus Ponens e/ou And-elimination, que se pode concluir:

$$R \vee Q$$

Aplicar sequência de regras até se obter a expressão desejada:

1. $P \vee \neg Q$
2. $(P \vee \neg Q) \Rightarrow T$
3. T [Modus Ponens 1,2]
4. $S \vee Q \Rightarrow \neg T$
5. $T \Rightarrow \neg(S \vee Q)$ [4]
6. $\neg(S \vee Q)$ [Modus Ponens 3,5]
7. $(\neg S \wedge \neg Q) \Rightarrow (T \wedge R \vee T \wedge Q)$
8. $\neg(S \vee Q) \Rightarrow (T \wedge (R \vee Q))$ [7]
9. $T \wedge (R \vee Q)$ [Modus Ponens 7,8]
10. $R \vee Q$ [AND-elimination 9]

Critérios:

- 0,4 um passo com justificação incompleta ou incorreto (estando tudo o resto correto)
- 0,3 dois ou mais passos com justificação incompleta ou incorretos (existindo mais passos corretos que incorretos)
- 0,2 mesmo número de passos corretos e incorretos
- 0,2 resolução correta com outro método
- Aplicação da regra de inferência de “resolution” é considerado um passo injustificado/incorreto

Pergunta 2

Suponha que tem a seguinte base de conhecimento

$$\left((A(\overline{b_0} + b_1) \wedge B \vee C b_2 \wedge D) \vee (D \Rightarrow A \overline{b_2}) \vee (\neg A \wedge \neg C \overline{b_0} \vee \neg B b_2 \wedge (\neg D b_0 \vee \neg C \overline{b_1})) \right) \\ \wedge (D b_1 \Rightarrow (\neg A \overline{b_0} \wedge C b_1))$$

Converta para CNF.

1. Dividir por clausulas
2. Remover implicações
3. Propriedade distributiva

Critérios:

- 0,4 erro na aplicação das constantes, mas convertido corretamente para CNF,
- 0,4 Um só erro
- 0,3 Vários passos incorretos (distrações) mas globalmente correto, terminando com uma expressão CNF
- 0,2 erro na aplicação das constantes e erros na conversão para CNF, finalizando com uma expressão CNF
- 0,2 vários passos corretos, mas sem terminar em CNF
- 0,1 tentativa de resolução sem terminar com uma expressão em CNF
- Utilização da constante 0 para inverter a negação é considerado erro
- Utilização da constante 0 para eliminar uma variável da expressão é considerado erro

Pergunta 3

Suponha que tem o seguinte conjunto de cláusulas:

$$CNF = \left\{ \begin{array}{l} \{1,2,3\}b_1, \{1,2,4\}\overline{b_2}, \{-1,-3,-4\}b_0, \{2,3,4\}, \\ \{-2,-3,4\}\overline{b_2}, \{-1,2,-3,-4\}, \{1,-2b_2,-3\overline{b_0},4\}, \\ \{1,-2\}(b_1 + \overline{b_2}), \{1\overline{b_0},-2b_2,3b_1,-4\overline{b_2}\}, \{-1b_0,2\overline{b_2},-3\overline{b_1},4b_2\} \end{array} \right\}$$

Aplique o DPLL, de modo a verificar se o conjunto de cláusulas pode ser satisfeito.

Resolução depende do número do estudante.

Critérios:

- 0.4 – uma só falha não essencial
- 0.3 – duas ou mais falhas não essenciais
- 0.3 – uma falha essencial
- 0.25 – uma falha essencial e uma não essencial
- 0.2 – duas ou mais falhas essenciais
- 0.1 – tentativa de resolução
- 0 – conversão da instância não inclui cláusulas sem qualquer constante (2,3,4) e (-1,2,-3,-4)
- Falhas essenciais:
 - Não aplicação de um literal puro ou cláusula com um único literal, quando possível
 - Execução incorreta do DPLL de forma recursiva (não chamar o ramo alternativo, ou não parar quando a instância é já SAT)
 - Escolha do literal puro ou do literal na cláusula com um único literal, para variável de decisão, é considerada falha essencial (não é uma decisão, podem-se atribuir esses literais, não afetando o resultado que se pretende, pelo que não é necessário considerar o literal complementar)
 - Interpretar resultado final incorretamente (atribuição de um literal e o simétrico, e considerar que a instância é SAT), ou atribuição de resultado para um ramo, sem que exista uma cláusula vazia, dois literais da mesma variável no conjunto de atribuição, ou sem todas as cláusulas estarem satisfeitas
- Conta como falha não essencial (apenas se cometidas esporadicamente, se cometidas de forma recorrente, passam a falhas essenciais):
 - Uma cláusula ou literal mal convertido

- Simplificação incorreta de uma clausula (removendo toda a clausula em vez de apenas o literal)
- Notação em que fique a clausula vazia (para clausulas que têm de ser removidas)

Muita dificuldade a aplicar o pure literal. Se tiverem uma variável com um só sinal, podem atribuir esse literal (devem no caso de estarem a aplicar o DPLL corretamente), e o resultado não se altera. Este é um erro essencial, dado que não é resultado de distração e altera o tempo computacional do algoritmo.

Pergunta 4

Suponha que tem a seguinte base de conhecimento (relativo a graus de parentesco). Converta esta informação para Lógica de 1ª Ordem.

- a) Todas as pessoas têm um só pai e uma só mãe

$$\forall_x Pessoa(x) \Rightarrow (\exists^1_y Pai(x, y) \wedge \exists^1_z Mae(x, z))$$

- b) Um irmão é alguém que tem o mesmo pai ou a mesma mãe

$$\begin{aligned} \forall_{x,y} Pessoa(x) \wedge Irmão(x, y) \\ \Rightarrow \exists_z Pai(x, z) \wedge Pai(y, z) \vee \exists_w Mae(x, w) \wedge Mae(y, w) \end{aligned}$$

- c) Quem é filho único, não tem irmãos

$$\forall_x Pessoa(x) \wedge FilhoUnico(x) \Rightarrow \neg \exists_y Irmão(x, y)$$

- d) Um tio é alguém que é irmão do pai ou da mãe

$$\forall_{x,y} Pessoa(x) \wedge Tio(x, y) \Rightarrow \exists_z Pai(x, z) \wedge Irmão(y, z) \vee \exists_w Mae(x, w) \wedge Irmão(y, w)$$

- e) Luísa e Francisco são irmãos

$$Irmão(Luisa, Francisco)$$

- f) Manuel é pai da Luísa e do Francisco

$$Pai(Luisa, Manuel) \wedge Pai(Luisa, Francisco)$$

- g) Manuel é filho único

$$FilhoUnico(Manuel)$$

- h) Luísa não tem tios

$$\neg \exists_x Tio(Luisa, x)$$

Critérios:

Cada alínea pode estar correta, parcial ou incorreta, aplicando-se o primeiro critério válido (duas parciais valem 1 correta):

- 0,5 para 7 ou mais alíneas corretas
- 0,4 para 6 ou mais alíneas corretas
- 0,3 para 4 ou mais alíneas corretas
- 0,2 para 2 ou mais alíneas corretas
- 0,1 para 1 ou mais alíneas corretas

Fica parcial se estiver razoável, mas existir algum tipo de erro, como variáveis não quantificadas, ou a expressão indicar algo próximo, mas não o solicitado, ou uma opção de predicados não compatível com as outras alíneas.

Pergunta 5

Suponha que tem as seguintes expressões em lógica de primeira ordem (relativo a animais). Diga qual o significado de cada expressão.

a) $\forall_{x,y} Cao(x) \wedge Gato(y) \Rightarrow Ataca(x,y)$

Os cães atacam os gatos.

b) $\exists_{x,y} Gato(x) \wedge Cao(y) \wedge Ataca(x,y)$

Existem gatos que atacam alguns cães

c) $\exists_x Gato(x) \wedge \forall_y Cao(y) \Rightarrow Ataca(x,y)$

Existem gatos que atacam todos os cães

d) $\forall_{x,y} Ataca(x,y) \wedge \neg Ataca(y,x) \Rightarrow Foge(y)$

Um animal que ataque outro, se este não contra-atacar, foge.

e) $\forall_{x,y} Ataca(x,y) \wedge Ataca(y,x) \Rightarrow Ferido(x) \vee Ferido(y)$

Um animal que ataque outro, e este contra-ataque, um deles acabará ferido.

f) $Cao(Bobby) \wedge Gato(Tareco)$

O Bobby é um cão, e o Tareco é um gato.

g) $\exists_x Cao(x) \wedge Ataca(Tareco,x)$

Existem cães que são atacados pelo Tareco.

h) $Ferido(Bobby) \vee Ferido(Tareco)$

O Bobby ou o Tareco estão feridos.

Critérios:

Cada alínea pode estar correta, parcial ou incorreta, aplicando-se o primeiro critério válido (duas parciais valem 1 correta):

- 0,5 para 7 ou mais alíneas corretas
- 0,4 para 6 ou mais alíneas corretas
- 0,3 para 4 ou mais alíneas corretas
- 0,2 para 2 ou mais alíneas corretas
- 0,1 para 1 ou mais alíneas corretas

Quando utilizadas variáveis na explicação, essa alínea é considerada parcialmente correta, tendo-se considerado que esta situação não corresponde a linguagem completamente natural, pelo que a expressão não está completamente convertida.

Notar que $Cao(Bobby)$ não significa que o cão chama-se boby, mas sim que Bobby é um cão. Cão é um predicado, pode identificar muitos elementos que sejam cães, tal como é utilizado nas perguntas anteriores, daí se poder fazer afirmações sobre todos os cães.

Pergunta 6

Suponha que tem que unificar as duas expressões seguintes:

- $R(u, T(z, Z), z, T(Q(B), z))$
- $R(T(Q(B), z), x, Q(B), u)$

Calcule o unificador mais geral.

¹	$R(u, T(z, Z), z, T(Q(B), z))$	$R(T(Q(B), z), x, Q(B), u)$	
²	$u, T(z, Z), z, T(Q(B), z)$	$T(Q(B), z), x, Q(B), u$	$u/T(Q(B), z)$
³	$T(z, Z), z, T(Q(B), z)$	$x, Q(B), T(Q(B), z)$	$x/T(z, Z)$
⁴	$z, T(Q(B), z)$	$Q(B), T(Q(B), z)$	$z/Q(B)$
⁵	$T(Q(B), Q(B))$	$T(Q(B), Q(B))$	

Critérios:

- 0,1 – um passo correto e o resto ou não é realizado ou está incorreto, ou tentativa geral de resolução
- 0,2 – dois passos corretos e o resto ou não é realizado ou está incorreto
- 0,3 – dois passos incorretos, e o resto tudo certo (inclui caso com resultado final incorreto)
- 0,4 – um passo incorreto, tendo o resto tudo certo
- 0,5 – tudo certo

Substituições impossíveis, $Q(B)/z$. Apenas as variáveis podem tomar um outro valor (caso seja uma situação de notação, todas as substituições com as variáveis após o que substituem, não é aplicado passos incorretos).

Pergunta 7

Suponha que tem a seguinte base de conhecimento (relativo a estudantes):

- $\forall x \text{Inscrito}(x) \Rightarrow \text{Estudante}(x)$
- $\forall x \text{ColocaDuvidas}(x) \Rightarrow \text{Estudou}(x)$
- $\forall x \neg \text{Aprova}(x) \Rightarrow \neg \text{Estudou}(x)$
- $\exists x \neg \text{ColocaDuvidas}(x) \wedge \text{Estudou}(x)$
- $\forall x \text{Tempo}(x) \wedge \text{Estudante}(x) \Rightarrow \text{Estudou}(x)$
- $\text{Inscrito}(\text{Maria})$
- $\text{Tempo}(\text{Maria})$
- $\text{Aprova}(\text{Joao})$

Mostre utilizando a regra de inferência Modus Ponens generalizada, que se pode concluir:

$\text{Aprova}(\text{Maria})$

- [a] $\text{Inscrito}(x_1) \Rightarrow \text{Estudante}(x_1)$
- [Modus ponens x_1/Maria , 1,f] $\text{Estudante}(\text{Maria})$
- [2,g] $\text{Tempo}(\text{Maria}) \wedge \text{Estudante}(\text{Maria})$
- [e] $\text{Tempo}(x_4) \wedge \text{Estudante}(x_4) \Rightarrow \text{Estudou}(x_4)$
- [Modus ponens x_4/Maria , 3,4] $\text{Estudou}(\text{Maria})$
- [c] $\neg \text{Aprova}(x_6) \Rightarrow \neg \text{Estudou}(x_6)$
- [6] $\text{Estudou}(x_6) \Rightarrow \text{Aprova}(x_6)$

8. [Modus ponens x6/Maria, 7, 5] *Aprova(Maria)*

Critérios:

- 0,1 – tentativa de resolução, sem remover quantificadores nem efetuar substituições de variáveis, nem aplicar a regra de inferência Modus Ponens
- 0,2 – esboço com substituições de variáveis
- 0,3 – sequência correta, mas com falha na aplicação da regra de Modus Ponens
- 0,4 – correto mas sem indicar substituições das variáveis / remover quantificadores, mas com Modus Ponens bem aplicado
- 0,5 – tudo correto

Não era necessário converter a expressão com o quantificador existencial, quem a fez sem utilizar uma constante de skolem, teve penalização.

Pergunta 8

Suponha que tem a seguinte base de conhecimento em lógica de primeira ordem (relativo a infrações):

- a) $\forall_{x,y} Acao(x,y) \wedge Proibido(y) \Rightarrow Infrator(x)$
- b) $\forall_x Multado(x) \Rightarrow Infrator(x)$
- c) $\forall_x Proibido(x) \Rightarrow \exists_y Acao(y,x)$
- d) $\exists_x \forall_y Acao(x,y) \Rightarrow \neg Proibido(y)$
- e) $Proibido(Passar - com - vermelho)$
- f) $Infrator(Antonio)$
- g) $\neg Multado(Sara)$
- h) $\neg Acao(Sara, Passar - com - vermelho)$

Converta o conhecimento para CNF, removendo os quantificadores universais e existenciais.

- 1. $Acao(x_1, y_1) \wedge Proibido(y_1) \Rightarrow Infrator(x_1)$
 - $\neg (Acao(x_1, y_1) \wedge Proibido(y_1)) \vee Infrator(x_1)$
 - $\neg Acao(x_1, y_1) \vee \neg Proibido(y_1) \vee Infrator(x_1)$
- 2. $Multado(x_2) \Rightarrow Infrator(x_2)$
 - $\neg Multado(x_2) \vee Infrator(x_2)$
- 3. $Proibido(x_3) \Rightarrow Acao(S_3(x_3), x_3)$
 - $\neg Proibido(x_3) \vee Acao(S_3(x_3), x_3)$
- 4. $Acao(S_4, y_4) \Rightarrow \neg Proibido(y_4)$
 - $\neg Acao(S_4, y_4) \vee \neg Proibido(y_4)$
- 5. $Proibido(Passar - com - vermelho)$
- 6. $Infrator(Antonio)$
- 7. $\neg Multado(Sara)$
- 8. $\neg Acao(Sara, Passar - com - vermelho)$

Critérios:

- 0,5 – 7 conversões corretas
- 0,4 – 6 conversões corretas
- 0,3 – 4 conversões corretas
- 0,2 – 2 conversões corretas
- 0,1 – 1 conversão correta

Houve uma expressão $S3(y3)$ na alínea C. As funções de skolem têm de ter como argumentos as variáveis que estão quantificadas universalmente, o que neste caso era $x3$. Na alínea D não

existem variáveis quantificadas universalmente antes da variável existencial, pelo que é uma constante, S4.