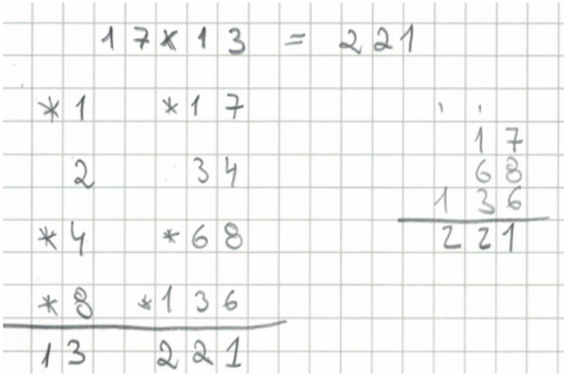
Efólio-A

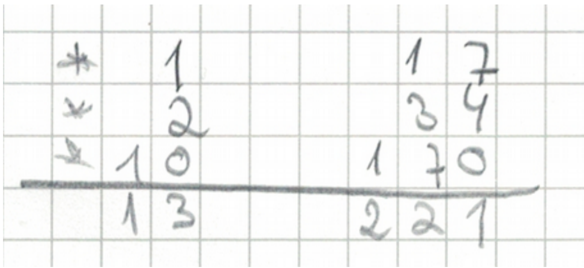
Efólio-A – H.M
David Pintassilgo, aluno nº 1100896
22-Novembro-2020

Problema 1)

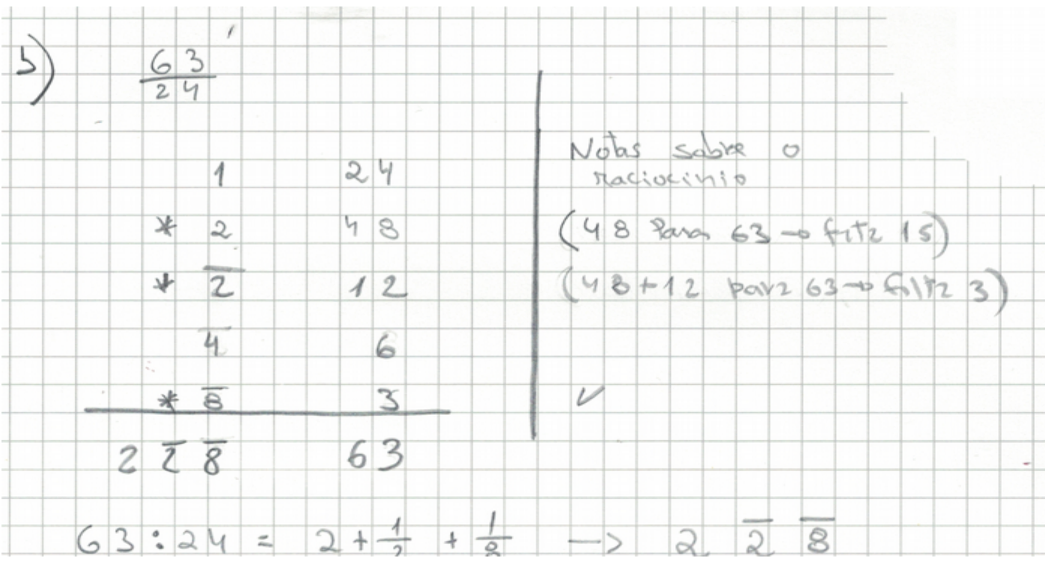
a) Produto de 17 por 13



Podemos também resolver não usando exclusivamente potências de 2:



b) Divisão exacta de 63 por 24



Problema 2)

a)

② a)

① $\frac{7}{11} = \frac{1}{2} + \frac{3}{22}$

② $\frac{3}{22} = \frac{1}{8} + \frac{2}{176}$

$\frac{2}{176} = \frac{1}{88}$

Então:

$\frac{7}{11} = \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{88}$

$7 \times 2 = 14 > 11$ ✓

① $\frac{7}{11} - \frac{1}{2} = \frac{14}{22} - \frac{11}{22} = \frac{3}{22}$

② $3 \times 7 = 21 < 22$ ✗

$3 \times 8 = 24 > 22$ ✓

$\frac{3}{22} - \frac{1}{8} = \frac{24}{176} - \frac{22}{176} = \frac{2}{176}$

Expansão decimal:

$$\frac{7}{11} \approx 0{,}63636363.... \approx 0{,}(63)$$

Há uma aparente vantagem na expasão unitária porque $\frac{7}{11}$ é uma dízima infinita e a sua representação perde precisão. Em casos práticos esta perda de precisão levará certamente a uma propagação do erro para os cálculos seguintes na resolução de um dado problema. À primeira vista um pequeno erro pode levar-nos a pensar que não causará grandes erros no final, mas existem boas probabilidades de ocorrerem coisas como cancelamento subtrativo (por exemplo) que levam a uma instabilidade do método, deixando-nos com problemas mal condicionados.

b) $\frac{1}{3} < \frac{7}{11}$, então sabemos à partida que é possível uma expanção unitária com o termo $\frac{1}{3}$.

Começamos então por ai:

$$\frac{7}{11} = \frac{1}{3} + x$$

Calculando x: $x = \frac{7}{11} - \frac{1}{3} = \frac{21}{33} - \frac{11}{33} = \frac{10}{33}$

Sabemos então que $\frac{7}{11}=\frac{1}{3}+\frac{10}{33}$. Podemos agora, aplicando o mesmo algoritmo da alinea a) (e da AF1) para calcular uma expansão unitária de $\frac{10}{33}$.

Aplicando o algoritmo chegamos à igualdade: $\frac{10}{33}=\frac{1}{4}+\frac{1}{19}+\frac{1}{2508}$. Então, chegamos finalmente à expansão pretendida:

$$\frac{7}{11}=\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{19}+\frac{1}{2508}$$

Problema 3)

a) $1;33,28+2,2;27$

Expandindo as parcelas, temos:

$$1;33,28=1\times60^0+33\times60^{-1}+28\times60^{-2}$$

$$2,2;27=2\times60^1+2\times60^0+27\times60^{-1}$$

Então, podemos dizer que:

$$1;33,28+2,2;27=1\times60^0+33\times60^{-1}+28\times60^{-2}+2\times60^1+2\times60^0+27\times60^{-1}$$

Reorganizando os termos para melhor visualizaçao do passo seguinte:

$$1;33,28+2,2;27=2\times60^1+1\times60^0+2\times60^0+33\times60^{-1}+27\times60^{-1}+28\times60^{-2}$$

$$1;33,28+2,2;27=2\times60^1+3\times60^0+60\times60^{-1}+28\times60^{-2}$$

$$1;33,28+2,2;27=2\times60^1+4\times60^0+0\times60^{-1}+28\times60^{-2}$$

$$1;33,28+2,2;27=2\times60^1+4\times60^0+28\times60^{-2}$$

Ficamos então com o resultado final de: $2,4;0,28$ que escrita em notação cuneiforme é:

b) $3;10 \times 1;20 = 4;13,20$

Expandindo:

$$= (3 + 10 \times 60^{-1}) \times (1 + 20 \times 60^{-1})$$

Distributiva:

$$= [3 \times 1] + [3 \times 20 \times 60^{-1}] + [10 \times 60^{-1} \times 1] + [10 \times 60^{-1} \times 20 \times 60^{-1}]$$

$$= 3 + 60 \times 60^{-1} + 10 \times 60^{-1} + 200 \times 60^{-2}$$

$$= 4 + 0 \times 60^{-1} + 10 \times 60^{-1} + 200 \times 60^{-2}$$

$$= 4 + 0 \times 60^{-1} + 13 \times 60^{-1} + 20 \times 60^{-2}$$

$$= 4 + 13 \times 60^{-1} + 20 \times 60^{-2}$$

Resultado na notação de Neugebauer $4;13,20$

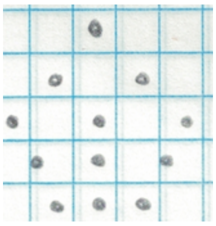
Resultado na notação cuneiforme:

Problema 4)

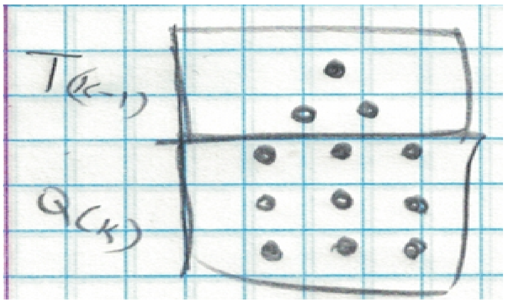
Comecemos por construir uma tabela com os numeros Pentagonais e também os anteriores (Quadrados Triangulares) para nos ajudar no processo de raciocínio.

K	1	2	3	4	5
P(K)	1	5	12	22	35
T(K)	1	3	6	10	15
Q(K)	1	4	9	16	25

Vamos agora olhar para a representação gráfica de um número pentagonal, por exemplo $P(3) = 12$



Podemos ver gráficamente que um número pentagonal é contruido com um triangular em cima de um quadrado:



Com o auxilio da tabela inicial, podemos ver que a base do pentagono é o número quadrado da mesma ordem, e o topo, é o triangular da ordem anterior. Deduzimos então que:

$$P(k)=Q(k)+T(k-1)$$

Sabemos que: $Q(k)=k^2$, e também sabemos que $T(k)=\frac{k(k+1)}{2}$ que foi demonstrado na AF1, problema 17.

Ficamos então com:

$$P(k)=k^2+\frac{(k-1)(k-1+1)}{2}=k^2+\frac{(k-1)(k)}{2}=k^2+\frac{k^2-k}{2}$$

Consultando a literatura, é nos indicado que: $P(k)=\frac{3K^2-k}{2}$, podemos então continuar a desenvolver a nossa formula para tentar chegar à indicada:

$$P(k)=k^2+\frac{k^2-k}{2}=\frac{2k^2}{2}+\frac{k^2-k}{2}=\frac{2k^2+k^2-k}{2}=\frac{3k^2-k}{2}$$