

**U.C. 21175**  
**Análise Infinitesimal**  
**12 de fevereiro de 2019**

**- INSTRUÇÕES -**

- A prova é composta por **5** grupos de questões e respectivas alíneas, contém 2 página(s) e termina com a palavra **FIM**.
- **Justifique convenientemente as suas respostas.** Respostas sem justificação não serão cotadas.
- Verifique o seu exemplar e, caso encontre alguma anomalia, dirija-se ao professor vigilante nos primeiros 15 minutos da prova, pois qualquer reclamação sobre defeito(s) de formatação e/ou de impressão não será aceite depois deste período.
- Todas as questões deverão ser respondidas no Caderno de Prova. Todos os cabeçalhos e espaços reservados à identificação, deverão ser preenchidos com letra legível. Utilize unicamente tinta azul ou preta.
- Não é permitido o uso de máquina de calcular.
- Não são permitidos quaisquer elementos de consulta.
- Verifique no momento da entrega da(s) folha(s) de ponto se todas as páginas estão rubricadas pelo vigilante. Caso necessite de mais do que uma folha de ponto, deverá numerá-las no canto superior direito.
- Não serão aceites folhas de ponto dobradas ou danificadas. Exclui-se, para efeitos de classificação, toda e qualquer resposta apresentada em folhas de rascunho.
- Tenha em atenção que a prova tem a duração máxima de **2 horas e 30 minutos**.

**COTAÇÃO E CRITÉRIOS DE CORREÇÃO:**

- Clareza, correção, completude e justificação das respostas;

<b>COTAÇÕES</b>									
<b>1. (4.5 valores)</b>		<b>2. (6.5 valores)</b>		<b>3. (2.0 valores)</b>		<b>4. (4.5 valores)</b>		<b>5. (2.5 valores)</b>	
a)	b)	a)	b)	a)	b)	a)	b)		
2	2.5	2.5	2	2	2	2	2.5		2.5

1. Calcule os seguintes limites:

(a)

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{e^{2x} (x^2 - x - 6) \cos(x)}{x + 2}$$

(b)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + e^{-2x}}{x^2 + x - 3}$$

2. Considere a seguinte função

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$
$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{-x} \sin(2x)}{7x} & x \neq 0 \\ 5 & x = 0 \end{cases}$$

(a) Estude a continuidade de  $f$ .

(b) Prove que a função  $f$  não é diferenciável no ponto  $x = 0$ .

3. Sejam  $a, b \in \mathbb{R}$  tais que  $a < b$  e  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  uma função diferenciável tal que  $f(b) = f(a)$ . Considere a função

$$g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$$

definida por

$$g(x) = (f(x))^2.$$

(a) Prove que a função  $g$  é diferenciável no intervalo  $]a, b[$ .

(b) Prove que a derivada de  $g$  tem pelo menos uma raiz no intervalo  $]a, b[$ .

4. Determine a família de primitivas das seguintes funções reais de variável real:

(a)  $\frac{\cos(2x)}{7} - x + e^{-2x}$

(b)  $x^2 \cos(4x)$

5. Calcule a área do conjunto de pontos  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ , cujas coordenadas satisfazem as seguintes condições

$$1 \leq x \leq 3, \quad 0 \leq y \leq \cos(3x) + 2(e^{-x} + x).$$

FIM