



ANÁLISE COMPLEXA | 21005

Período de Realização

Decorre de 27 de março a 5 de abril de 2108

Data de Limite de Entrega

5 de abril de 2108, até às 23h55 de Portugal Continental

Conteúdos

Análise Complexa (Funções complexas, Diferenciação em \mathbb{C} , Sucessões e séries complexas)

Competências

Saber aplicar os conceitos e técnicas de Análise Complexa, em particular no caso de Funções complexas, Diferenciação em \mathbb{C} e Sucessões e séries complexas

Trabalho a desenvolver

Recursos

Manual da UC.

Critérios de avaliação e cotação

Na avaliação do trabalho serão tidos em consideração os seguintes critérios e cotações:

- Para a correção das questões constituem critérios de primordial importância, além da óbvia correção científica das respostas, a capacidade de escrever clara, objetiva e corretamente, de estruturar logicamente as respostas e de desenvolver e de apresentar os cálculos e o raciocínio matemático corretos, utilizando notação apropriada.

- Justifique *cuidadosamente* todas as suas respostas, e apresente todos os cálculos que julgue necessários para a compreensão do seu raciocínio. Não será atribuída qualquer cotação a uma resposta não justificada.

A cotação total deste e-fólio é de 3 valores, distribuídos do seguinte modo

Grupo I. 0,5 valores

Grupo II. 1 valor

Grupo III. 0,5 valores

Grupo IV. 1 valor

Total: 3 valores

Normas a respeitar

Deve redigir o seu E-fólio na Folha de Resolução disponibilizada na turma e preencher todos os dados do cabeçalho.

Caso não realize o seu E-fólio por escrito mas num outro formato, preencha igualmente o cabeçalho da Folha de Resolução e declare nela que terminou o seu trabalho até à data e hora determinada pelo professor.

Todas as páginas do documento devem ser numeradas.

O seu E-fólio não deve ultrapassar 10 páginas A4.

Nomeie o ficheiro com o seu número de estudante, seguido da identificação do E-fólio, segundo o exemplo apresentado: 000000efolioA.

Deve carregar o referido ficheiro para a plataforma no dispositivo E-fólio A até à data e hora limite de entrega. Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas.

O ficheiro a enviar deve ser em formato pdf e não deve exceder 8 MB.

Votos de bom trabalho!

Rafael Sasportes

I. Calcule todas as raízes índice 4 de i , e represente-as no plano complexo. Verifique que a soma de todas as raízes que obteve é igual a 0.

II. Considere a função

$$u(x, y) = x^3 - 3xy^2 + e^{-y} \cos x.$$

- i) Mostre que u é uma função harmónica em \mathbb{R}^2 .
- ii) Determine a função harmónica conjugada de u que toma o valor 1 na origem.
- iii) Calcule $f'(1 + i)$, onde $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ é a função que tem por parte real a função u , e por parte imaginária a função que determinou na alínea anterior.

III. Estude a convergência da série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n!} + i \sin \frac{\pi}{n} \right).$$

IV. Seja $f(z) = \frac{z^2}{|z|^2}$, com $z \neq 0$. Determine:

- i) $\lim f(z)$, quando $z \rightarrow 0$ ao longo da reta $y = x$;
- ii) $\lim f(z)$, quando $z \rightarrow 0$ ao longo da reta $y = 2x$;
- iii) $\lim f(z)$, quando $z \rightarrow 0$ ao longo da parábola $y = x^2$.

Que pode dizer acerca do $\lim_{z \rightarrow 0} f(z)$? Justifique.

FIM