E-fólio B | Folha de resolução para E-fólio

UNIDADE CURRICULAR: FÍSICA GERAL

CÓDIGO: 21048

DOCENTE: Nuno Sousa

A preencher pelo estudante

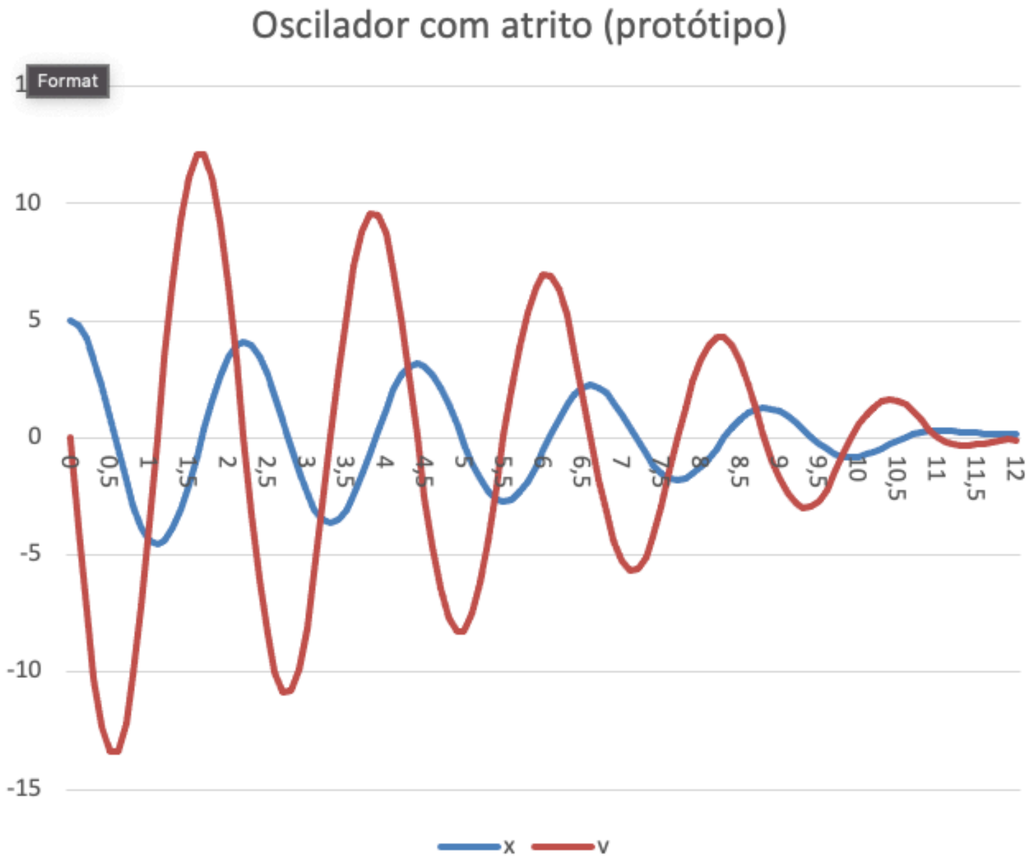
ANO LETIVO: 2020-21

TRABALHO / RESOLUÇÃO:

Q1

(a) A integração numérica de Heun leva a

t	*x*	*v*	*k1x*	*k1v*	*k2x*	*k2v*
0	5	0	0	-40	-4	-38,04
0,1	4,8	-3,902	-3,902	-36,44	-7,546	-33,3184
0,2	4,2276	-7,38992	-7,38992	-31,8608	-10,576	-25,9489
0,3	3,329304	-10,2804	-10,2804	-24,6744	-12,7478	-16,4501
0,4	2,177892	-12,3366	-12,3366	-15,4631	-13,8829	-5,59383
0,5	0,866913	-13,3895	-13,3895	-4,9753	-13,887	5,73628
(...)						
11,8	0,143403	-0,09681	-0,09681	0,812775	-0,01553	0,890222
11,9	0,137786	-0,01166	-0,01166	0,857711	0,074113	-3,05296
12	0,140909	-0,12142	-0,12142	0,832729	-0,03815	0,929865

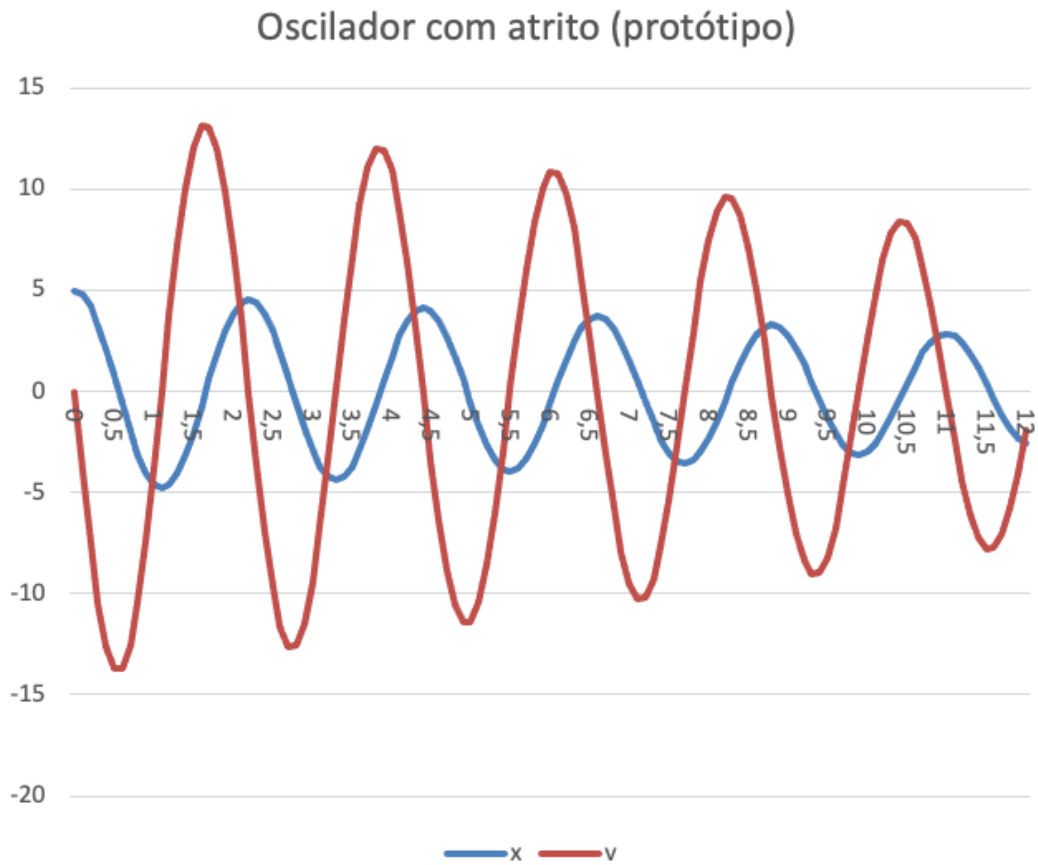


Tal como no mundo real, o que se observa é que a oscilação vai diminuindo de amplitude, perdendo energia mecânica à medida que esta é transformada em energia interna (aquecimento) do bloco e superfície onde este desliza. Note-se que a diminuição das oscilações é linear (picos descrevem uma reta), ao contrário p.ex. do oscilador amortecido, cuja diminuição segue uma exponencial negativa.

(b) Alterando os valores dos parâmetros temos:

$\mu = 0{,}1$ e restantes parâmetros iguais aos da alínea (a).

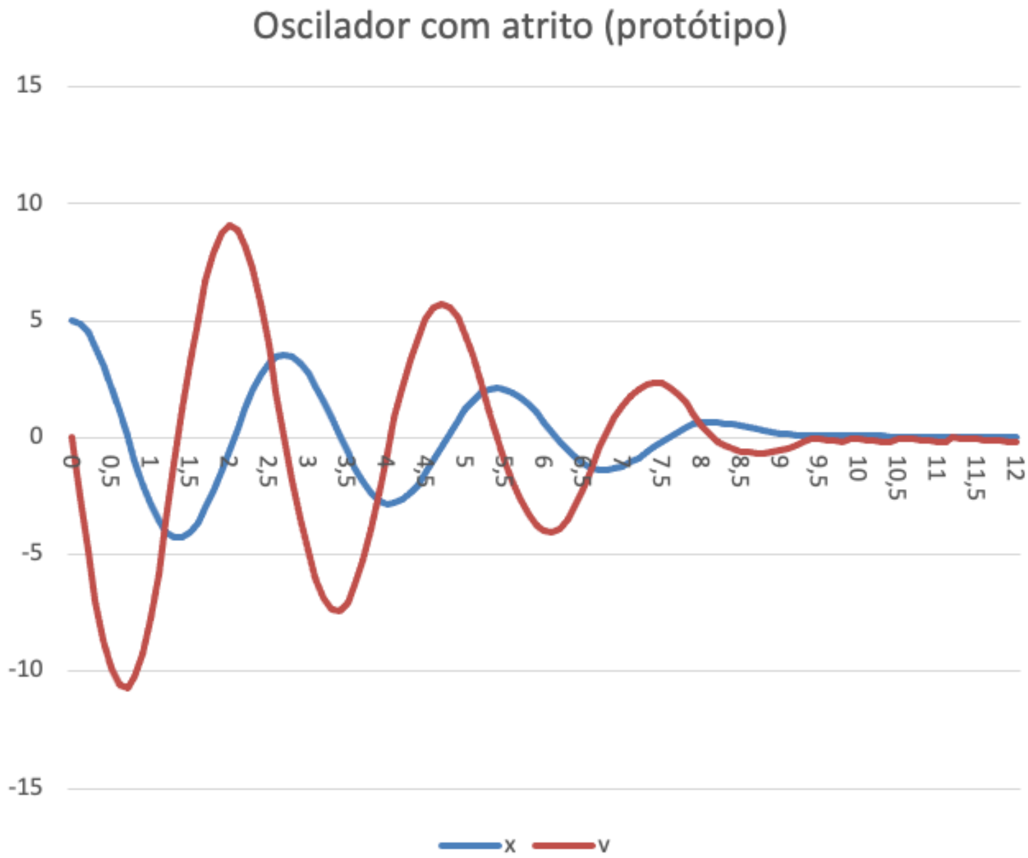
t	*x*	*v*	*k1x*	*k1v*	*k2x*	*k2v*
0	5	0	0	-40	-4	-39,02
0,1	4,8	-3,951	-3,951	-37,42	-7,693	-34,2592
0,2	4,2178	-7,53496	-7,53496	-32,7624	-10,8112	-26,7344
0,3	3,300492	-10,5098	-10,5098	-25,4239	-13,0522	-17,0161
0,4	2,122392	-12,6318	-12,6318	-15,9991	-14,2317	-5,89369
0,5	0,779216	-13,7264	-13,7264	-5,25373	-14,2518	5,727427
(...)						



Neste caso o atrito é menor, pelo que a redução da amplitude é mais lenta.

$m = 0{,}75$ e restantes parâmetros iguais aos da alínea (a).

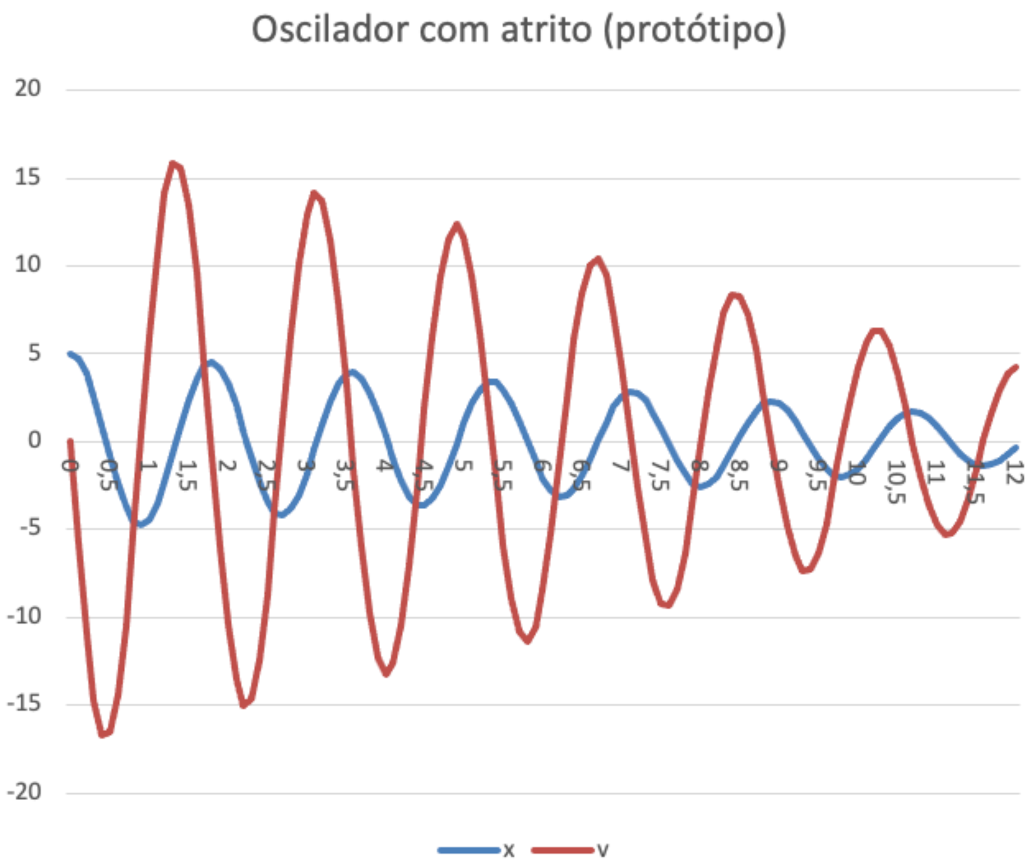
t	***x***	***v***	***k1x***	***k1v***	***k2x***	***k2v***
0	5	0	0	-26,6667	-2,66667	-24,7067
0,1	4,866667	-2,56867	-2,56867	-23,9956	-4,96822	-22,6256
0,2	4,489822	-4,89972	-4,89972	-21,9857	-7,0983	-19,3725
0,3	3,889921	-6,96764	-6,96764	-18,7862	-8,84626	-15,0702
0,4	3,099226	-8,66046	-8,66046	-14,5692	-10,1174	-9,9503
0,5	2,160334	-9,88643	-9,88643	-9,56178	-10,8426	-4,28902
(...)						



Aqui a massa é ligeiramente maior. O quociente k/m, que rege a frequência das oscilações, diminui e estas tornam-se mais demoradas. A força de atrito, que é constante, age durante mais tempo entre períodos, razão pela qual o decaimento da amplitude é também mais rápido.

$k = 6$ e restantes parâmetros iguais aos da alínea (a).

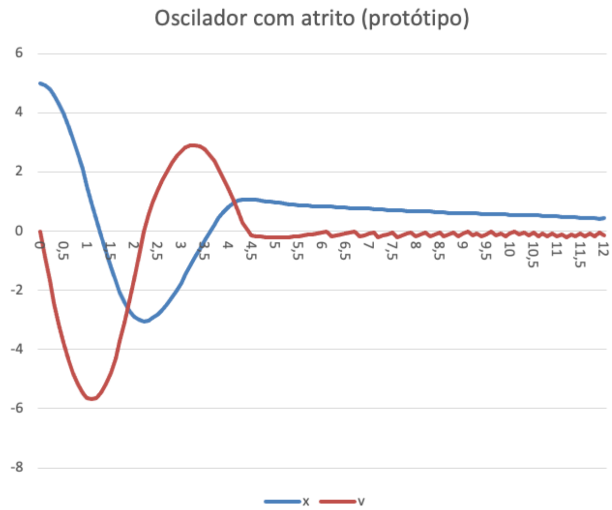
t	x	v	k1x	k1v	k2x	k2v
0	5	0	0	-60	-6	-58,04
0,1	4,7	-5,902	-5,902	-54,44	-11,346	-47,3576
0,2	3,8376	-10,9919	-10,9919	-44,0912	-15,401	-30,9009
0,3	2,517956	-14,7415	-14,7415	-28,2555	-17,567	-10,5657
0,4	0,90253	-16,6825	-16,6825	-8,87036	-17,5696	11,1487
0,5	-0,81008	-16,5686	-16,5686	11,68092	-15,4005	31,56327
(…)						



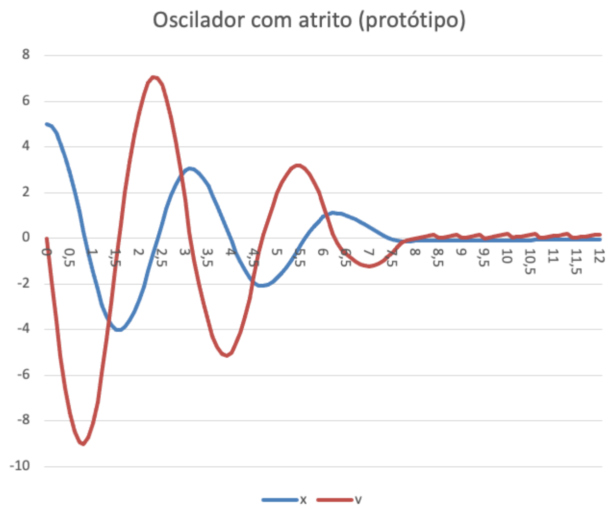
Aqui a situação é a inversa da anterior: o quociente k/m sobe (mola mais forte), as oscilações tornam-se mais rápidas e decaem mais lentamente.

(c) Fazendo os gráficos para as três situações temos

(mu = 0,4)



(m = 2)



(k = 2)

O que estes três gráficos têm em comum é o aparecimento de uma zona em que a velocidade parece começar a oscilar estranhamente. Fisicamente o início desta zona corresponde simplesmente ao instante em que a massa para. O local final de x pode ser perto de zero, como no 1º e 3º casos (paragem em t = 5,5 s e t = 7,5 s respetivamente), ou um pouco afastado, como no 2º caso (paragem em t = 4,5 s).

O erro na formulação da equação diferencial mencionado no enunciado é, na verdade, a razão pela qual o sistema parece oscilar depois de ter parado. Esse erro é que, quando a massa para, não é o atrito cinético que deve constar na equação diferencial, mas sim o atrito estático, e esse não é constante. Se a massa para num local em que a força elástica é maior do que o atrito estático, como p.ex. os primeiros picos de x, o movimento continua de acordo com a equação diferencial. Mas se a massa para num local onde o atrito estático é maior do que a força elástica, o sistema deixa de ter condições para continuar a mover-se e mantêm-se estático a partir desse instante.

Esse facto tem de ser tido em conta na equação diferencial: sempre que há uma mudança do sentido da velocidade tem de se verificar se se porventura o movimento pode continuar. Se não puder, há que terminar a integração.

Se não se fizer essa verificação, vamos estar com o atrito cinético constantemente a atuar (erradamente), causando as instabilidades que os gráficos mostram.

Para o caso em que o coeficiente de atrito estático é igual ao cinético pode-se calcular exatamente o local final de x. Ver p.ex. [1].

[1] Lapidus IR (1970) Motion of a Harmonic Oscillator with Sliding Friction. *American Journal of Physics* 38, 1360.