

ESTATÍSTICA COMPUTACIONAL

E-FÓLIO A

Proposta de Resolução

DOCENTE: AMÍLCAR OLIVEIRA

2016/2017

1. a) Substituindo directamente na expressão $\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp^{-\frac{x^2}{2}}$ obtemos

$$\phi(2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp^{-\frac{2^2}{2}} = \frac{e^{-2}}{2.506628} = 0.05399097$$

b) Uma vez que a função densidade apresentada corresponde à distribuição normal padrão, ou seja com média 0 e desvio padrão 1, e ϕ representa essa função densidade, podemos obter directamente o valor $\phi(2)$ usando no R, a função `dnorm(`

```
)  
> dnorm(2)  
[1] 0.05399097
```

O que confirma o valor obtido na alínea a).

2. a) A função `order()` retorna uma permutação que reorganiza o primeiro argumento em ordem ascendente ou descendente. Sendo uma função de ordenação, dá-nos a informação em que posições (índices), os elementos k de um vetor (v) se encontram.

Exemplo:

```
> v<-c(50,20,5,30,100)  
> order(v)  
[1] 3 2 4 1 5
```

O vetor (v) que contem os elementos {50,20,5,30,100}, que se encontram nas posições $k=\{1,2,3,4,5\}$, podem ser ordenados de forma ascendente:

$k_3=5$; $k_2=20$; $k_4=30$; $k_1=50$; $k_5=100$

A função `rank()` retorna a posição(ordem) na qual está cada elemento de um vetor quando ordenado por ordem ascendente.

```
> v<-c(50,20,5,30,100)  
> rank(v)  
[1] 4 2 1 3 5
```

Neste caso significa que 50 corresponde à posição 4, 20 à posição 2, 5 à posição 1, 30 à posição 3 e 100 à posição 5.

b) Times: Um vetor inteiro que dá o número de vezes (valor não negativo) para repetir cada elemento de um vetor.

Length.out: Número inteiro não negativo. Trata-se do comprimento desejado para o vetor de saída.

Each: Número inteiro não negativo. Cada elemento de x é repetido o número de vezes que o argumento indica.

3. a)

```
>
sample(c(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10),prob=c(0.1,0.1,0.1,0.1,0.1,0.1,0.1,0.1,0.1,0.1),50,replace=T)
 [1]  5  6  9  9  5  3  5  5  1  6  5  6  8  3  3  6  8  3  8 10 10
 [4]  4  4  4  5
 [26]  3  2  8  8  6  8 10  5  3  6 10  8  9 10  1  6  8  7  8  8  9
 [28]  2  3  8  5
```

b)

```
>sample(c("a","b","c","d","e","f","g","h"),prob=c(0.1,0.1,0.1,0.1,0.1,0.1,0.1,0.1),50,replace=T)
 [1] "g" "a" "c" "d" "b" "d" "a" "h" "g" "f" "g" "b" "g" "a" "f" "d"
 [4] "e" "f" "g"
 [20] "b" "c" "a" "a" "h" "e" "c" "e" "h" "g" "f" "h" "c" "h" "h" "g"
 [24] "a" "g" "h"
 [39] "c" "c" "g" "a" "b" "g" "b" "b" "b" "c" "h" "g"
```

c)

```
> runif(50,0,1)
 [1] 0.64059112 0.57992711 0.54557177 0.89998625 0.30136317
 [4] 0.54854956
 [7] 0.25440730 0.52417799 0.90816828 0.71523791 0.88389314
 [9] 0.84356358
 [13] 0.74578548 0.38840935 0.11248288 0.95421523 0.19306050
 [16] 0.99241007
 [19] 0.18828483 0.02238391 0.92871269 0.82678172 0.11062820
 [22] 0.94511049
 [25] 0.51608242 0.07848937 0.06500700 0.70424220 0.45001018
 [28] 0.08538047
 [31] 0.43344540 0.21851230 0.89835825 0.33936342 0.66275907
 [34] 0.03333965
 [37] 0.84027307 0.83919174 0.67485797 0.98980813 0.45541000
 [40] 0.01908436
 [43] 0.22473261 0.98995774 0.83295326 0.76352229 0.41715064
 [46] 0.57037843
 [49] 0.57911369 0.58075297
```

4. a) Em primeiro lugar o aluno deve confirmar que a função distribuição acumulada $F(x)$ tem a forma indicada.

Para tal basta proceder ao cálculo do integral indefenido da função densidade $f(x)$.

Para a aplicação do método da inversão e obter 10000 NPAs de $f(x)$ o aluno deve realizar os seguintes passos:

1. Atribuir valores arbitrários aos parâmetros da distribuição.
2. Obter a inversa da função acumulada.
3. Gerar 10000 valores $U[0,1]$.
4. Usar a função inversa para calcular os NPAs de $f(x)$

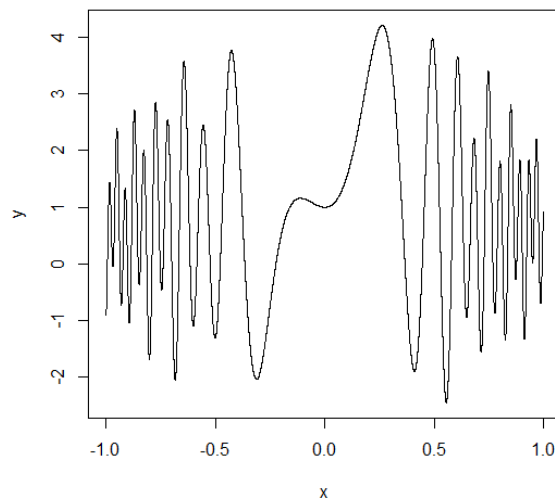
Finalmente deve usar a função `rlogis()` com os mesmos argumentos considerados para gerar as 10000 observações. A comparação pode ser feita calculando os valores médios e variâncias em ambas as amostras.

b) A resolução desta alínea é em tudo semelhante à alínea anterior feita a adaptação à função de Cauchy.

5.

a) Usando o seguinte código em R, obtemos a representação pretendida

```
x<-seq(-1,1,0.0001)
y<-(exp((-x^2)/2))*(sin((6*x)^2)+3*cos(x^2)*sin((4*x)^3)+1)
plot(x,y,type="l")
```



b) Para a obtenção dos números pretendidos o aluno deveria seguir os seguintes passos:

1. Gerar um NPA $U[0,1]$, u_1
2. $x_1 = a + (b-a) \cdot u_1$ (sendo que a e b representam respetivamente os limites inferior e superior do domínio de variação de X , no caso não estando definidos no enunciado deveriam ser pré-estabelecidos pelo aluno)
3. Calcular $P_a = f_X(x_1) / f_X(\text{moda})$
4. Gerar NPA $U[0,1]$, u_2
5. Caso $P_a < u_2$ rejeita-se x_1 e volta-se ao passo 1.