# FÍSICA GERAL | 21048

**Período de realização e limite de entrega**

Ano letivo 2023-24 [consultar datas no PUC e fóruns da UC]

**Temática**

Uso de computadores na Física

**Critérios de avaliação e cotação**

60 ± 10% Rigor técnico do código desenvolvido e dos comentários (código não comentário = zero valores).

40 ± 10% Colocação do problema em equação, rigor dos cálculos, expressão e interpretação corretas dos resultados (se aplicável).

Nota: estas percentagens estão sujeitas a adaptações consoante as alíneas do efolio. Em caso de dúvida quanto aos critérios, contactar o professor.

**Instruções**

Na sua submissão deste trabalho deve incluir dois ficheiros:

1. Um ficheiro de texto (.DOC/.DOCX/.PDF), feito a partir do Modelo de Resolução disponibilizado na pasta "Enunciados de provas e OR" da página-mãe da turma. Neste ficheiro coloque as respostas às questões, tabelas de valores para as iterações que forem solicitadas e eventuais gráficos dos resultados.

2. O código-fonte da sua implementação, devidamente comentado, e dependências, caso haja. Qualquer linguagem de programação será aceite (C, C++, Javascript, Python, Octave, R, etc.), mas o estudante deve indicar qual a que usou, que versão e sob que sistema operativo trabalhou. Não usar acentos no código e desativar/comentar todas as linhas do código que recorram a bibliotecas externas para gerar gráficos.

Os dois ficheiros devem ser zipados e o zip submetido via plataforma, pelo normal dispositivo de entrega, com o nome [NºEstudante]_[Nome]_[Apelido]_efolioB_FisGeral, i.e., 123456789_Suetonio_Suado_efolioB_FisGeral. **Não usar os compressores 7ZIP or RAR**. A não-observação das indicações do ponto 2 pode implicar cotação nula.

## Q1. Equações de Lotka-Volterra

As equações de Lotka-Volterra são um modelo estimativo para a evolução de populações predador-presa. Ou seja, uma forma de prever como varia no tempo o n.º de, p.ex., linces ibéricos (predador) e coelhos-bravos (presa) numa dada reserva natural.

Trata-se de duas equações diferenciais de 1ª ordem acopladas, com a forma

$$\frac{dx}{dt} = x(a - by)$$
$$\frac{dy}{dt} = -y(c - dx)$$

onde, para o caso dos linces e coelhos,

$x$ : n.º de coelhos

$y$ : n.º de linces

$t$ : tempo. Notar que $x$ e $y$ variam no tempo: $x(t), y(t)$

$a$ : taxa de natalidade dos coelhos

$c$ : taxa de mortalidade dos linces

$b$ : efeito da interação predador-presa na mortalidade dos coelhos

$d$ : efeito da interação predador-presa na natalidade dos linces

Salvo raros casos, um sistema de equações diferenciais acopladas não tem, no geral, solução analítica, e as equações de Lotka-Volterra não são exceção. No entanto, estes sistemas podem ser resolvidos numericamente aplicando um método semelhante ao que aplicámos para resolver equações diferenciais ordinárias de 2ª ordem.

Assim, para resolver numericamente um sistema de equações diferenciais acopladas do tipo:

$$\frac{dx}{dt} = f(t, x, y)$$
$$\frac{dy}{dt} = g(t, x, y)$$

em que $f$ e $g$ são funções genéricas das variáveis indicadas, aplicam-se as seguintes iterações de Heun:

$$x_{i+1} = x_i + \frac{1}{2}(k_{1x} + k_{2x})h, \qquad k_{1x} = f(t_i, x_i, y_i), \qquad k_{2x} = f\big(t_i + h, x_i + k_{1x}h, y_i + k_{1y}h\big)$$
$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{2}\big(k_{1y} + k_{2y}\big)h, \qquad k_{1y} = g(t_i, x_i, y_i), \qquad k_{2y} = g\big(t_i + h, x_i + k_{1x}h, y_i + k_{1y}h\big)$$

Tal como para uma equação diferencial de 2ª ordem, para iniciar as iterações necessitamos de dois valores iniciais. No caso das equações de Lotka-Volterra estas são simplesmente os valores iniciais das populações de linces e coelhos.

Questões:

(a) [3,5 val] Estime a evolução das populações de linces e coelhos no Parque Natural do Vale do Guadiana (69 700 hectares [ha]) ao longo de 100 anos, implementando as iterações acima para as equações de Lotka-Volterra e atendendo ao seguinte conjunto de parâmetros:

$x_0$ : 2 coelhos/ha (use como unidade milhares de coelhos)

$y_0$ : 209 (valor exato em 2021)

$a$ : 0,20 (+20% de coelhos por ano)

$c$ : 0,08 (-8% de linces por ano)

$b$ : 0,001 (cada lince existente aumenta a mortalidade por milhar de coelhos em 0,001; i.e., cada lince preda mais um coelho no período de tempo h)

$d$ : 0,001 (cada milhar de coelhos faz subir a natalidade dos linces em 0,001 crias por lince existente; i.e., cada milhão de coelhos gera mais uma cria de lince por cada lince existente no período h)

$h$ : 1 ano

Tabela exemplificativa para apresentar os resultados:

| t (ano) | x (coelhos) | y (linces) | k1x | k1y | k2x | k2y |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | | | | |
| 1 | | | | | | |
| 2 | | | | | | |
| 3 | | | | | | |
| 4 | | | | | | |
| 5 | | | | | | |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 99 | | | | | | |
| 100 | | | | | | |

(b) [0,5 val] Represente graficamente os resultados obtidos e comente.

Nota do professor: admito que este problema não tem muito a ver com física, mas é uma boa forma de avaliar o v. desempenho na implementação de técnicas de integração numérica, que é o que se pretende neste efolio B... ☺