



Investigação Operacional | 21076

Período de Realização

Decorre de 10 a 17 de Abril de 2019

Data de Limite de Entrega

17 de Abril de 2019, até às 23h55 de Portugal Continental

Tema

Programação Linear. Filas de Espera.

Competências

Deve demonstrar ter capacidade para:

- i) aplicar os Métodos Gráfico e Simplex na resolução de problemas de Programação Linear.
- ii) identificar e aplicar Sistemas de Filas de Espera ao abordar problemas práticos específicos.

Trabalho a desenvolver

Deve resolver os exercícios propostos no enunciado, de forma clara e sucinta, com rigor científico e justificação adequada das respostas.

Recursos

1. Araújo da Costa, R. (2002). *Investigação Operacional*, Manual da Universidade Aberta, Lisboa (nº lombada 246)
2. Recursos disponibilizados na plataforma Moodle para os Temas 1 e 2.

Critérios de avaliação e cotação

Na avaliação do trabalho serão tidos como critérios:

- i) apresentação dos cálculos e afirmações adequados à correta estruturação do raciocínio
- ii) justificação completa de todos os passos realizados e utilização de notação apropriada.

A cotação total deste e-Fólio é de **4 valores**, distribuídos por 4 grupos de questões da seguinte forma:

1.				2.						3.		4.					
a)	b)	c)	d)	a)	b)i)	b)ii)	c)i)	c)ii)	c)iii)	a)	b)	a)	b)	c)	d)	e)	f)
0,3	0,4	0,15	0,15	0,3	0,4	0,3	0,2	0,15	0,15	0,3	0,3	0,1	0,2	0,1	0,1	0,1	0,3
1 val.				1,5 val.						0,6 val.		0,9 val.					

Normas a respeitar

Deve redigir o seu E-fólio a partir da Folha de Resolução disponibilizada na turma e preencher todos os dados do cabeçalho.

Todas as páginas do documento devem ser numeradas.

O seu E-fólio não deve ultrapassar **dezoito** páginas A4.

Nomeie o ficheiro com o seu número de estudante, seguido da identificação do E-fólio e do código da disciplina, segundo o exemplo apresentado: 000000efolioA-21076.

Deve carregar o referido ficheiro em **formato pdf** para a plataforma no dispositivo E-fólio A até à data e hora limite de entrega. Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas.

O ficheiro a enviar não deve exceder 8 MB.

Votos de bom trabalho!

Marisa Resende.

Enunciado

- (1 val.) 1. Uma Associação de Proteção Animal é responsável por 530 cães, dos quais 50 são de porte Grande (G), 120 de porte Médio (M) e 360 de porte Pequeno (P).

O Abrigo "Chão dos Bichos" tem capacidade para albergar 400 dos cães ao cuidado da Associação, os quais serão alimentados por uma mistura de 3 tipos de ração (A , B e C), cujas disponibilidades semanais, em Kg, por cão, são indicadas na tabela abaixo, consoante o porte do animal (G , M e P). Na última coluna da tabela, encontramos ainda o custo semanal, em €, dispendido por cão em alimentação de acordo com o seu porte.

Porte	Tipos de Ração (quantidade semanal/cão)			Custo semanal/cão
	A	B	C	
G	2 Kg	0,5 Kg	1 Kg	100 €
M	0 Kg	0,5 Kg	1,5 Kg	50 €
P	0,5 Kg	0,5 Kg	0,5 Kg	25 €

Sabe-se que as quantidades totais de rações tipo A e C disponíveis semanalmente são de 260 Kg e 290 Kg, respetivamente, e que, para a ração de tipo B , a quantidade disponibilizada para os cães de portes G e M deve ser pelo menos $\frac{1}{9}$ da quantidade reservada para os cães de porte P .

O plano da Associação é distribuir os seus cães destinados a ocupar o Abrigo, de tal forma que os custos totais dispendidos numa semana sejam mínimos.

- Escreva, justificando, o Programa Linear que modela o plano ótimo da distribuição dos cães da Associação no Abrigo.
- Recorrendo ao Método Gráfico, resolva o problema, verificando que a solução ótima existe e é única.
Identifique-a e calcule o custo mínimo associado.
- Adicione, justificando, uma condição de restrição ao problema original, por forma a obter uma solução ótima única diferente da deduzida em b).
Para o novo programa linear obtido, identifique a nova solução ótima e calcule o custo mínimo associado.

- d) Altere, justificando, o custo semanal/cão de um dos portes, G , M ou P , no problema original, por forma a obter mais do que uma solução ótima possível.

Identifique as novas soluções ótimas e calcule o custo mínimo associado.

(1,5 val.) 2. Considere o Programa Linear:

$$\text{Max } F = \theta X + Y, \quad \theta \in \mathbb{R}.$$

sujeito a:

$$Y - 2X \leq 1$$

$$Y - \frac{1}{2}X \leq 7$$

$$X, Y \geq 0$$

- a) Considere $\theta > -\frac{1}{2}$.

Recorrendo ao Método Gráfico, resolva o Programa Linear, identificando as soluções ótimas e calculando o valor ótimo associado, em caso de existência.

- b) Considere $\theta \leq -\frac{1}{2}$.

- i) Recorrendo ao algoritmo do Simplex, mostre que o Programa Linear admite sempre alguma solução ótima, identificando, de entre os valores de θ considerados, aqueles para os quais a solução ótima é única e aqueles para os quais existem múltiplas soluções ótimas, indicando o valor ótimo associado.

Para os casos em que a solução ótima encontrada é única, indique ainda a base de variáveis que conduziu à mesma.

(**Sugestão:** Separe os casos $\theta \leq -2$ e $-2 < \theta \leq -\frac{1}{2}$).

- ii) Para os parâmetros θ indicados em b)i) como associados à existência de múltiplas soluções ótimas, recorra ao Método Gráfico para as identificar e classificar quanto a serem ou não admissíveis/básicas/degeneradas.

(**Nota:** Se não resolveu b) i), considere $\theta = -2$ e $\theta = -\frac{1}{2}$).

c) Considere $\theta = -\frac{1}{2}$ e que é adicionada a condição de restrição $-X + Y \leq 1$ ao Programa Linear original.

i) Represente graficamente o novo espaço de soluções admissíveis e classifique-o.

ii) A introdução da nova condição de restrição altera a(s) solução(ões) ótima(s) do programa linear original para $\theta = -\frac{1}{2}$? E o valor ótimo? Justifique.

iii) Adicione mais uma condição de restrição adequada ao já modificado Programa Linear por forma a que ele fique inteiro e formule-o.

Nessas condições quais são as soluções ótimas associadas? E o valor ótimo? Justifique.

(0,6 val.) 3. Considere um Programa Linear com variáveis de decisão X, Y , ao qual é aplicado o Método das Penalidades e o algoritmo do Simplex para a sua resolução a partir do quadro inicial:

	X	Y	F_1	F_2	F_3	α	T.I.
F_1	1	1	1	0	0	0	14
F_2	-2	1	0	1	0	0	5
α	-1	1	0	0	-1	1	6
$-F$	$10 + M$	$20 - M$	0	0	M	0	$-6M$

onde F_1, F_2 e F_3 são as variáveis de folga, α a variável artificial e M uma constante positiva de valor muito elevado.

a) Estabeleça a forma standard do Programa Linear original e, a partir dela, a forma geral do programa a 2 variáveis de decisão, X e Y .

b) Resolva o Programa Linear recorrendo ao algoritmo do Simplex a partir do quadro inicial fornecido, indicando a solução ótima e o valor ótimo associado, em caso de existência.

(0,9 val.) **4.** Uma linha de atendimento telefónico de apoio ao cliente de uma empresa de telecomunicações tem ao serviço um único operador que trabalha 6 horas por dia para satisfazer pedidos e prestar informações.

Sempre que determinado cliente esteja a ser atendido pelo operador, as restantes chamadas existentes em linha são colocadas em espera, ao som de um música comercial, até serem atendidas por ordem de chegada.

Atualmente, a linha de apoio ao cliente recebe, em média, 20 chamadas por hora e cada chamada colocada em espera demora, em média, 4 minutos até ser atendida pelo operador.

Considere que as chamadas entram em linha de acordo com um Processo de Poisson e que o tempo de atendimento de cada uma delas pelo operador segue uma distribuição Exponencial Negativa.

- a)** Identifique e caracterize o tipo de sistema de fila de espera associado ao problema enunciado.
- b)** Determine o tempo médio de atendimento de cada chamada pelo operador.
- c)** Qual o número médio de chamadas existentes em linha (espera + atendimento)?
- d)** Qual a probabilidade de uma chamada permanecer em linha mais de 2 minutos?
- e)** Em média, quanto tempo o operador está desocupado durante o horário diário de trabalho?
- f)** Com objetivo de reduzir para menos de 1 minuto o tempo médio de espera das chamadas efetuadas para a linha de apoio ao cliente, a empresa de telecomunicações pretende reforçar a equipa de operadores no serviço de atendimento telefónico, colocando-os a trabalhar em simultâneo e nas mesmas condições fixadas originalmente para o único operador existente.
Qual o número mínimo de operadores novos a contratar para que o objetivo referido seja alcançado?

FIM