

**U.C. 21082**

**Matemática Finita**

**12 de setembro de 2018**

**- INSTRUÇÕES -**

- A prova é constituída por 4 páginas e termina com a palavra **FIM**. Verifique o seu exemplar e, caso encontre alguma anomalia, dirija-se ao professor vigilante nos primeiros 15 minutos da mesma, pois qualquer reclamação sobre defeito(s) de formatação e/ou de impressão que dificultem a leitura não será aceite depois deste período.
- As questões de escolha múltipla deverão ser respondidas no enunciado. As questões dos grupos 4, 5 e 6 deverão ser respondidas na folha de ponto. Todos os cabeçalho e todos os espaços reservados à sua identificação deverão ser preenchidos com letra legível.
- Verifique no momento da entrega da(s) folha(s) de ponto se todas as páginas estão rubricadas pelo vigilante. Caso necessite de mais do que uma folha de ponto, deverá numerá-las no canto superior direito.
- Em hipótese alguma serão aceites folhas de ponto dobradas ou danificadas, ou respostas apresentadas em folhas de rascunho.
- Os telemóveis deverão ser desligados durante toda a prova e os objectos pessoais deixados em local próprio da sala de exame.
- Utilize uma letra legível e não use uma caneta de outra cor que não seja o preto ou o azul - as respostas a lápis não serão consideradas.
- Não é permitido o uso de máquina de calcular nem de elementos de consulta.
- Com excepção das 3 questões de escolha múltipla, justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efetuar.
- **O p-fólio tem a duração máxima de 1 horas e 30 minutos.**
- Cada questão de escolha múltipla tem a cotação de 1 valor. Por cada questão incorreta será descontado  $\frac{1}{3}$  de valor. É considerada errada uma questão com mais de uma resposta. A classificação mínima destas 3 questões de escolha múltipla é de 0 valores. Os restantes grupos de questões têm as cotações seguintes:

4	5	6
3.2	1.5	4.3

Nome: .....

Nº de Estudante: ..... CC/BI nº .....

Turma ..... Assinatura do Vigilante: .....

---

### Questões de escolha múltipla

Em cada questão de escolha múltipla são apresentadas quatro opções, das quais uma, e só uma, obedece às condições pedidas. Indique-a marcando  $\times$  no quadrado respectivo. Caso pretenda anular alguma resposta, escreva “Anulado” junto a essa resposta e indique, se for caso disso, a resposta que pretende que seja considerada.

1. O coeficiente de  $x^5$  no desenvolvimento de  $(3x - 2)^8$  é

a)  $2^3 \cdot 3^5 \cdot \binom{8}{5}$

c)  $-2^5 \cdot 3^3 \cdot \binom{8}{5}$

b)  $-2^3 \cdot 3^5 \cdot \binom{8}{5}$

d) nenhuma das opções anteriores

2. Considere a função  $f : [3] \times [6] \rightarrow [21]$  definida por  $f(n, m) = 5n + m$ . Tem-se que

a)  $f$  não é injetiva nem sobrejetiva

c)  $f$  é injetiva mas não é sobrejetiva

b)  $f$  é sobrejetiva mas não é injetiva

d)  $f$  é bijetiva

3. Qual dos seguintes naturais é inverso multiplicativo de 35 módulo 4?

a) 2

c) 4

b) 3

d) nenhuma das opções anteriores

## RESPONDA ÀS QUESTÕES SEGUINTE NA FOLHA DE PONTO

**Justifique** todas as afirmações e apresente os cálculos realizados para as obter.

4. O Rodrigo tem 5 livros de Matemática, 3 livros de Física e 2 livros de Química, todos diferentes. Querendo alinhá-los numa única prateleira, em cada uma das seguintes situações indique quantos alinhamentos diferentes consegue formar.

4.1) Livros de uma mesma disciplina ficam juntos.

4.2) Os dois livros de Química não ficam juntos.

5. Usando o algoritmo de Euclides, calcule  $\text{mdc}(272, 119)$ .

6. Considere a relação de recorrência dada pela fórmula de recorrência

$$x_n = 10x_{n-1} - 21x_{n-2}, \quad n \geq 2$$

e pelas condições iniciais

$$x_0 = 0 \quad \text{e} \quad x_1 = 4.$$

6.1) Indique o polinómio característico da fórmula de recorrência acima e calcule as suas raízes.

6.2) Denotando por  $\langle a_n \rangle$  a sucessão solução da relação de recorrência acima, determine o seu termo geral.

6.3) Prove que para qualquer  $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$  se tem que  $\text{mdc}(a_n, 3) = 1$ .

## FORMULÁRIO

- **Lei de Pascal**

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}$$

- **Lei da Simetria**

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

- **Revisão trinomial**

$$\binom{n}{l} \binom{l}{k} = \binom{n}{k} \binom{n-k}{l-k}$$

- **Fórmula da extracção**

$$\binom{n}{k} = \frac{n}{k} \binom{n-1}{k-1}$$

- **Teorema binomial**

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k y^{n-k} = (x+y)^n$$

- **Adição paralela**

$$\sum_{k=0}^n \binom{r+k}{k} = \binom{r+n+1}{n}$$

- **Adição do índice superior**

$$\sum_{k=m}^n \binom{k}{m} = \binom{n+1}{m+1}$$

- **Adição alternada do índice inferior**

$$\sum_{k=0}^n \binom{m}{k} (-1)^k = (-1)^n \binom{m-1}{n}$$

- **Convolução de Vandermonde**

$$\sum_{k=0}^n \binom{r}{k} \binom{s}{n-k} = \binom{r+s}{n}$$

FIM