Lógica e Teoria de Conjuntos | 21079

Período de Realização

Decorre dia 8 de fevereiro de 2021 das 10h às 12h30

Data de Limite de Entrega

8 de fevereiro de 2021, às 12h30 de Portugal Continental

Tema

Cálculo de Proposições - Cálculo de Predicados - Teoria de Conjuntos

Competências

a) Compreender e aplicar a linguagem e semântica do cálculo de proposições;

b) compreender e aplicar a linguagem e semântica do cálculo de predicados;

c) construir demonstrações formais;

d) aplicar técnicas básicas de teoria dos conjuntos.

Trabalho a desenvolver

Deve resolver os quatro exercícios que constam no enunciado. Justifique cuidadosa e detalhadamente os cálculos, raciocínios e afirmações que efectuar quando tal é pedido explicitamente.

Critérios de avaliação e cotação

A cotação total deste e-Fólio é de 12 valores distribuídos do seguinte modo: 3 valores para o exercício 1; 4 valores para cada um dos exercícios 2 e 4, 1 valor para o exercício 3.

Normas a respeitar

Deve redigir o seu E-fólio na Folha de Resolução disponibilizada na turma e preencher todos os dados do cabeçalho.

Todas as páginas do documento devem ser numeradas.

O seu E-fólio não deve ultrapassar **nove** páginas A4.

Nomeie o ficheiro com o seu número de estudante, seguido da identificação do E-fólio, segundo o exemplo apresentado: 000000efolioGlobal.

Deve carregar o referido ficheiro para a plataforma no dispositivo E-fólio Global até à data e hora limite de entrega. Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas.

O ficheiro a enviar não deve exceder 8 MB.

Votos de bom trabalho!

Gilda Ferreira

Enunciado

1. Considere as seguintes proposições α e β:

$$\alpha : \neg p \wedge q \qquad \beta : (q \Rightarrow p) \Rightarrow p$$

   a) Verifique se a proposição $\alpha \Leftrightarrow \beta$ é uma tautologia recorrendo a uma tabela de verdade. Se o for justifique, se o não for caracterize a proposição.

   b) Demonstre no sistema de Dedução Natural que

$$\vdash \alpha \Rightarrow \beta.$$

2. Seja $\mathcal{L}$ uma linguagem de primeira ordem com igualdade cujos parâmetros $\bar{n}$ (símbolos de constantes), P (símbolo de relação 1-ária), R (símbolo de relação 2-ária) e respetivas interpretações são:

   Domínio de interpretação: as variáveis denotam os números naturais.

   $\bar{n}$: "o número natural n".

   $P(x)$: "x é um número par".

   $R(x, y)$: "x divide y".

   a) Determine a fbf de $\mathcal{L}$ correspondente à seguinte proposição composta.
   "Todo o número natural divisível por 6 é par."

   b) Indique o subconjunto de $\mathbb{N}$ que é definido pela interpretação da seguinte fbf de $\mathcal{L}$.

$$(R(x, \overline{8}) \wedge \neg P(x)) \vee (R(x, \overline{5}) \wedge P(x)).$$

3. a) Existe algum conjunto y que torne as afirmações: $\emptyset \in y$ e $\emptyset \subseteq y$, verdadeiras em simultâneo? Se sim, apresente-o, se não justifique.

   b) Se às duas afirmações da alínea anterior acrescentássemos a afirmação $y \subseteq \mathcal{P}(y)$ haveria algum conjunto y que verificaria as três afirmações em simultâneo? Justifique a sua resposta.

4. Seja $\mathcal{L}$ uma linguagem de primeira ordem, com parâmetros $\bar{n}$ (símbolos de constantes), $+$ (símbolo de função 2-ária) e R (símbolo de predicado 2-ário) cujas respetivas interpretações são:

   Domínio de interpretação: as variáveis denotam os números inteiros ($\mathbb{Z}$).

   $\bar{n}$: "o número inteiro n".

   $+ : (x, y) \mapsto x + y$, faz corresponder aos números inteiros x e y a sua soma $x + y$.

   $R(x, y)$: "x é o dobro de y".

   a) Diga, justificando, se a relação R é
      (i) reflexiva
      (ii) simétrica
      (iii) transitiva
   b) Diga, justificando, se a fbf de $\mathcal{L}$

   $$\forall x \forall y (R(x, y) \Rightarrow R(x + x, y + y))$$

   com a interpretação acima, é uma proposição verdadeira.

FIM