



FÍSICA GERAL | 21048

Período de realização e limite de entrega

Ano letivo 2024-25 [consultar datas no PUC e fóruns da UC]

Temática

Uso de computadores na Física

Critérios de avaliação e cotação

60 \pm 10% Rigor técnico do código desenvolvido e dos comentários (código não comentário = zero valores).

40 \pm 10% Colocação do problema em equação, rigor dos cálculos, expressão e interpretação corretas dos resultados (se aplicável).

Nota: estas percentagens estão sujeitas a adaptações consoante as alíneas do efolio. Em caso de dúvida quanto aos critérios, contactar o professor.

Instruções

Na sua submissão deste trabalho deve incluir dois ficheiros:

1. Um ficheiro de texto (.DOC/.DOCX/.PDF), feito a partir do Modelo de Resolução disponibilizado na pasta "Enunciados de provas e OR" da página-mãe da turma. Neste ficheiro coloque as respostas às questões, tabelas de valores para as iterações que forem solicitadas e eventuais gráficos dos resultados.

2. O código-fonte da sua implementação, devidamente comentado, e dependências, caso haja. Qualquer linguagem de programação será aceite (C, C++, Javascript, Python, Octave, R, etc.), mas o estudante deve indicar qual a que usou, que versão e sob que sistema operativo trabalhou. Não usar acentos no código e desativar/comentar todas as linhas do código que recorram a bibliotecas externas para gerar gráficos.

Os dois ficheiros devem ser zipados e o zip submetido via plataforma, pelo normal dispositivo de entrega, com o nome [NºEstudante]_[Nome]_[Apelido]_efolioB_FisGeral, i.e., 123456789_Suetonio_Suado_efolioB_FisGeral. **Não usar os compressores 7ZIP or RAR.** A não-observação das indicações do ponto 2 pode implicar cotação nula.

Q1. O projétil real 2D

Em física há muitos problemas de projéteis 2D. Mas curiosamente quase todos eles estão simplesmente errados ☺. De facto, na prática o facto de existir arrasto do ar causa perturbações nas soluções e só com integração numérica se pode obter resultados mais perto dos reais.

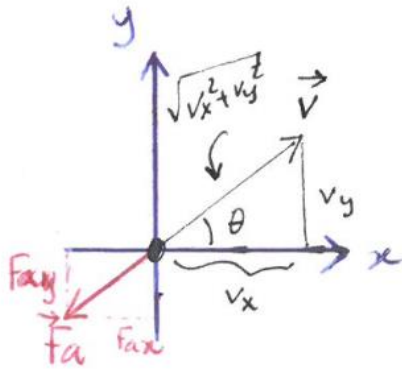
Neste efólio vamos tratar o projétil 2D real e tomar em consideração o arrasto. Ora a força de arrasto depende da rapidez instantânea e na prática essa dependência pode ser complexa de representar. Vamos aqui explorar duas hipóteses para a força de arrasto: linear na rapidez, $\vec{F}_a = -b_1 \vec{v}$, e quadrática na rapidez $\vec{F}_a = -b_2 v^2 \hat{v}$ em que b_1, b_2 são coeficientes de arrasto linear e quadrático e $\hat{v} = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$ um vetor unitário que aponta na direção da velocidade.

(a) [1,0 val] Aplicando a 2ª lei de Newton, $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$, prove que a velocidade e posição de um projétil lançado com velocidade \vec{v}_0 podem ser descritos por dois sistemas de equações diferenciais, nomeadamente: (+y para cima)

$$\begin{aligned} \frac{dv_x}{dt} &= -\frac{b_1}{m} v_x, & \frac{dx}{dt} &= v_x \\ \frac{dv_y}{dt} &= -\frac{b_1}{m} v_y - g, & \frac{dy}{dt} &= v_y \end{aligned}, \quad (\text{arrasto linear})$$

$$\begin{aligned} \frac{dv_x}{dt} &= -\frac{b_1}{m} v_x \sqrt{v_x^2 + v_y^2}, & \frac{dx}{dt} &= v_x \\ \frac{dv_y}{dt} &= -\frac{b_1}{m} v_y \sqrt{v_x^2 + v_y^2} - g, & \frac{dy}{dt} &= v_y \end{aligned}, \quad (\text{arrasto quadrático})$$

Dica: a figura seguinte pode ajudar:



Notar que os sistemas estão desacoplados no caso do arrasto linear, i.e., a dinâmica nos xx em nada depende da dinâmica nos yy e vice-versa, e acoplados no caso do arrasto quadrático, em que as dinâmicas se influenciam mutuamente.

(b) [2,0 val] Integre os dois sistemas de equações diferenciais acima pelo método de Euler para as seguintes condições iniciais e parâmetros: (SI)

$$x_0, y_0 = (0,0) \quad v_0 = 6,5 \quad \theta = 45^\circ \quad b_1 = b_2 = 0,01 \quad m = 0,2 \quad g = 9,8 \quad h = 0,005$$

Termine a integração em $t = 1,0$ s e apresente o acrescento duas colunas para a posição x, y para o caso de um projétil ideal ($b_1 = b_2 = 0$), i.e., $x = x_0 + v_{0x}t$, $y = y_0 + v_{0y}y - \frac{1}{2}gt^2$ (soluções exatas).

Nota: repare que no método de Euler não necessita de atualizar valores previstos com os corretores $k2$.

Tabela exemplificativa para apresentar os resultados: (podem apresentar a tabela de outra maneira... estes modelos de enunciado de efólio estão trancados e não tenho pachorra para os hackear)

Tipo de arrasto: linear

t	x	y	vx	vy	k1x	k1vx	k1y	k1vy
0	0	0						
0,005								
0,010								
0,015								
⋮								
0,995								
1,000								

Tipo de arrasto: quadrático

t	x	y	vx	vy	k1x	k1vx	k1y	k1vy
0	0	0						
0,005								
0,010								
0,015								
⋮								
0,995								
1,000								

Tipo de arrasto: nulo

t	x	y
0	0	0
0,005		
0,010		
0,015		
⋮		
0,995		
1,000		

(c) [0,5 val] Represente graficamente os resultados obtidos e comente.

(d) [0,5 val] Altere o ângulo de lançamento para valores de 43° a 46° por intervalos de 1°. Estime por interpolação linear onde o projétil atinge o solo e diga qual o ângulo que maximiza o alcance para cada tipo de força de arrasto (linear, quadrática, nula).

Nota: para fazer o cálculo por interpolação linear há que olhar a tabela e identificar a iteração i onde y muda de sinal. Sejam x_i, y_i a iteração antes da troca de sinal e x_{i+1}, y_{i+1} a iteração após essa troca. O alcance é estimado pela fórmula

$$x_{\text{solo}} = x_i - y_i \frac{x_{i+1} - x_i}{y_{i+1} - y_i}$$

Exemplo:

t	x	y
t_i	2,52	1,16
t_{i+1}	3,07	-0,21

$$x_{\text{solo}} = 2,52 - 1,16 \cdot \frac{(3,07 - 2,52)}{(-0,21 - 1,16)} = 2,9857$$