



UNIDADE CURRICULAR: Computação Gráfica

CÓDIGO: 21020

DOCENTE: António Araújo e Pedro Pestana

A preencher pelo estudante

NOME: Luís Carlos Crispim Pereira

N.º DE ESTUDANTE: 2300163

CURSO: LEI – Licenciatura em Engenharia Informática

DATA DE ENTREGA: 26/01/25

TRABALHO / RESOLUÇÃO:

Pergunta 1:

- a) Para um ponto genérico x , primeiro começa-se por puxar o plano de forma que P fique em $(0,0)$, depois faz-se a rotação em torno de $(0,0)$, e por fim devolve-se tudo ao de volta a que o pivô fique em $(10,20)$.

Cálculos:

- 1º - levar o pivô a origem

$$X_i = T(-10, -20)X$$

- 2º - rotação sobre a origem

$$X_2 = R(30)X_i$$

- 3º - recolocação do pivô no seu ponto

$$X' = T(10, 20)X_2$$

- b) Sim a expressão está correta, para rodar em torno de $P(10,20)$, no referencial em que P está definido, mas pode falhar em cenários como:

- i. Convenção de multiplicação diferente, se alguém estiver a usar vetores em linha ou uma biblioteca que aplica as transformações em ordem oposta, a ordem original teria de ser invertida para evitar resultados errados.
- ii. Referencial errado do pivô, se $P(10,20)$ foi dado em coordenadas do mundo, mas o objeto está a ser transformado em coordenadas locais (ou vice versa), então a rotação não acontece “a volta do ponto que se queria”, mas sim a volta de um ponto deslocado.
- iii. Unidades/convenção do ângulo, em implementações $R(30)$ pode esperar radianos em vez de grau, nesse caso “30” seria interpretado como 30rad (rotação absurda)

- c) Se por erro o estudante escreve-se por erro o efeito pratico sobre o ponto $P(10,20)$ seria:

- i. $T(10,20)$ faria $(10,20) \rightarrow (20,40)$

- ii. $R(30^\circ)$ em torno da origem faria

$$(20,40) \rightarrow (20\cos 30 - 40\sin 30, 20\sin 30 + 40\cos 30)$$

$$\cos 30 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 30 = \frac{1}{2}$$

$$(20,40) \rightarrow (10\sqrt{3} - 20, 10 + 20\sqrt{3})$$

- iii. $T(-10, -20)$ faria

$$(10\sqrt{3} - 20, 10 + 20\sqrt{3}) \rightarrow (10\sqrt{3} - 30, 20\sqrt{3} - 10)$$

Com esta ordem errada o ponto $P(10,20)$, já não fica fixo e é deslocado para $P' = (10\sqrt{3} - 30, 20\sqrt{3} - 10)$

Pergunta 2:

- a) Em Gouraud, calcula-se a iluminação em cada vértice e depois interpola-se a cor ao longo do triângulo. Em cada vértice, calcula-se a intensidade (difusa) pela lei de Lambert:

$$L_i \propto \max(0, N_i \cdot L)$$

A partir dessa intensidade, obtém-se a cor do vértice (por exemplo):

$$C_i = C_{Material} \cdot L_i$$

No interior do triângulo, o que é interpolado é a cor (ou intensidades) C_1, C_2, C_3 , tipicamente por interpolação linear (bari-cêntrica) ao longo das arestas e depois na scanline.

Assim em $L = (0,0,1)$:

$$N_1 \cdot L = 1$$

$$N_2 \cdot L = 0,98$$

$$N_3 \cdot L = 0,98$$

Logo, os vértices 2 e 3 ficam ligeiramente menos iluminados que o vértice 1, e depois isso é “suavizado” por interpolação de cor.

- b) Em Phong, não se interpola a cor; interpola-se a normal (ou um vetor equivalente) e calcula-se a iluminação por pixel. Interpola-se no interior do triângulo a normal:

$$N(x, y) = \text{interp}(N_1, N_2, N_3)$$

Normaliza-se essa normal interpolada (passo crucial):

$$\hat{N}(x, y) = \frac{N(x, y)}{|N(x, y)|}$$

Calcula-se então a iluminação em cada pixel:

$$I(x, y) \propto \max(0, \hat{N}(x, y) \cdot L)$$

Diferenças, Gouraud: ilumina nos vértices, interpola cor e Phong interpola normais, ilumina por pixel.

- c) O Phong Shading tende a preservar melhor pequenos highlights do que o Gouraud Shading, porque a iluminação é calculada ao nível do pixel e não apenas nos vértices do triângulo. No Gouraud Shading, a intensidade luminosa é determinada exclusivamente nos vértices e a cor resultante é depois interpolada no interior do triângulo. Assim, se um highlight especular ocorrer numa zona interior do triângulo que não coincida com nenhum vértice, esse máximo de intensidade pode não ser captado e acaba por ser atenuado ou mesmo perdido durante a interpolação. Pelo contrário, no Phong Shading, as normais são interpoladas no interior do triângulo e a equação de iluminação é avaliada em cada pixel, permitindo que o highlight surja corretamente na posição onde a condição geométrica é satisfeita.

Pergunta 3:

Para o segmento em questão começamos por calcular os incrementos:

$$d_x = x_2 - x_1 = 2000 - 2 = 1998$$

$$d_y = y_2 - y_1 = 5 - 2 = 3$$

Logo a inclinação é:

$$m = \frac{d_y}{d_x} = \frac{3}{1998} \approx 0,0015$$

Portanto:

$$0 < m < 1$$

O algoritmo do ponto medio incrementa x de 1 em 1, e o valor de y só muda ocasionalmente.

Para a Interpretação geométrica do problema começamos com a equação da reta ideal:

$$y(x) = 2 + \frac{3}{1998}(x - 2)$$

Queremos saber para quais valores de x o pixel escolhido pelo algoritmo tem $y = 3$. Geometricamente, isso acontece quando o valor real da reta está mais próximo de 3 do que de 2 ou 4, isto é:

$$2,5 \leq y(x) \leq 3,5$$

Substituindo a expressão:

$$\begin{aligned} 2,5 \leq 2 + \frac{3}{1998}(x - 2) \leq 3,5 &\Leftrightarrow 0,5 \leq \frac{3}{1998}(x - 2) \leq 1,5 \Leftrightarrow 333 \leq x - 2 \leq 999 \\ &\Leftrightarrow 335 \leq x \leq 1001 \end{aligned}$$

No segmento gerado pelo algoritmo do Ponto-Médio, o pixel (x,y) acende com $y = 3$ para $x \in [335,1000]$.

Este resultado é consistente com as propriedades do algoritmo. Como o declive é muito pequeno, o algoritmo mantém o valor de y constante durante um longo intervalo de x , apenas incrementando y quando a reta ideal cruza o ponto médio entre duas linhas raster consecutivas.

Pergunta 4:

Uma curva de Bézier com 3 pontos de controlo A, B, C é uma Bézier quadrática, dada por:

$$\alpha(t) = (1-t)^2A + 2(1-t)tB + t^2C$$
$$t \in [0,1]$$

Dados:

$$A = \alpha(0) = (20, 230, 0)$$
$$C = \alpha(1) = (400, 250, 0)$$
$$\alpha(0,5) = (155, 117,5, 0)$$

Calculo de B :

Para $t = 0,5$:

$$(1-t) = 0,5$$
$$(1-t)^2 = 0,25$$
$$2(1-t)t = 2 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 0,5$$
$$t^2 = 0,25$$

Logo:

$$\alpha(0,5) = 0,25A + 0,5B + 0,25C$$
$$0,5B = \alpha(0,5) - 0,25(A + C)$$

Então:

$$A + C = (20 + 400, 200 + 250, 0 + 0) = (420, 470, 0)$$
$$0,25(A + C) = (105, 117,5, 0)$$

Portanto:

$$0,5B = (155, 117,5, 0) - (105, 117,5, 0) = (50, 0, 0)$$
$$B = (100, 0, 0)$$

Concluindo $B = (100, 0, 0)$