



Matemática Finita | 21082

Data de Realização

28 de setembro de 2020

Hora Limite de Entrega

19h00 de Portugal Continental

Tema

Todos os temas programáticos de Matemática Finita

Trabalho a desenvolver

Resolução dos oito grupos de exercícios constantes no enunciado.

CrITÉRIOS de avaliação e cotação

Na avaliação do trabalho serão tidos em consideração os seguintes critérios e cotações:

1. A cotação total desta prova é de 20 valores.
2. Para a correção das questões constituem critérios de primordial importância, além da óbvia correção científica das respostas, a capacidade de escrever clara, objetiva e corretamente, de estruturar logicamente as respostas e de desenvolver e de apresentar os cálculos e o raciocínio matemático corretos, utilizando notação apropriada.
3. Justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efetuar. Não será atribuída classificação a uma resposta não justificada.
4. A distribuição da cotação é a seguinte:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
2,9 val.	2 val.	1,8 val.	2 val.	1,7 val.	2 val.	1,8 val.	5,8 val.

Normas a respeitar

Deve redigir o exame na Folha de Resolução disponibilizada e preencher todos os dados do cabeçalho.

Escreva sempre com letra legível.

As suas respostas às questões desta prova não devem ultrapassar 12 páginas A4.

Depois de ter realizado o exame produza um documento em **formato PDF** e nomeie o ficheiro com o seu número de estudante, seguido da identificação de Exame, segundo o exemplo apresentado: 000000exame.pdf

Deve carregar o referido ficheiro para a plataforma no dispositivo Exame até à hora limite de entrega. Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas.

O ficheiro a enviar não deve exceder 10 MB.

Votos de bom trabalho!

Maria João Oliveira

Enunciado

1. Considere todos os números com 5 algarismos todos diferentes e pertencentes ao conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Determine, justificando:

1.1. Quantos destes números são ímpares.

1.2. Quantos destes números têm os dois primeiros algarismos pares.

2. Considere todos os números inteiros entre 1 e 1000, inclusive. Por recurso a critérios de divisibilidade averigue quantos destes números são múltiplos de 5 e de 9.

3. Sejam A e B dois conjuntos disjuntos tais que $\#A = n$, $\#B = k$. Determine o número total de subconjuntos de $A \cup B$ com dois elementos.

4. Mostre que

$$\sum_{k=0}^n k^2 \binom{n}{k}^2 = n^2 \binom{2n-2}{n-1}, \quad n \geq 1.$$

5. De modo eficiente prove que a fração seguinte é irredutível,

$$\frac{6137}{2365}$$

6. Dados $a, b \in \mathbb{Z}$ tais que

$$\text{mdc}(a^n, b^n) = 1, \quad \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2,$$

verifique que a e b são números primos entre si.

7. De modo eficiente calcule $\text{mmc}(1634, 3827)$.

8. Considere a sucessão $\langle a_n \rangle$ definida por

$$a_n = 325a_{n-1} - 324a_{n-2}, \quad n \geq 2$$

para $a_0 = 0$ e $a_1 = -323$.

8.1. Determine a_n , $n \in \mathbb{N}$.

8.2. Por recurso ao **método de indução matemática** mostre que a_n , $n \in \mathbb{N}$, é divisível por 323.

8.3. Para cada $n \in \mathbb{N}$, calcule $\text{mdc}(a_n, 17)$.

FIM