ÁLGEBRA LINEAR I | 21002

Período de Realização

Decorre de 2 a 9 de janeiro de 2024

Data de Limite de Entrega

9 de janeiro de 2024, até às 23h55 de Portugal Continental

Competências

Identificar as principais técnicas, metodologias e ferramentas da Álgebra Linear; Aplicar técnicas de Álgebra Linear para resolver problemas.

Recursos

Manual da UC.

Critérios de avaliação e cotação

Na avaliação do trabalho serão tidos em consideração os seguintes critérios e cotações:

- Para a correção das questões constituem critérios de primordial importância, além da óbvia correção científica das respostas, a capacidade de escrever clara, objetiva e corretamente, de estruturar logicamente as respostas e de desenvolver e de apresentar os cálculos e o raciocínio matemático corretos, utilizando notação apropriada.
- Justifique *cuidadosamente* todas as suas respostas, e apresente todos os cálculos que julgue necessários para a compreensão do seu raciocínio. Não será atribuída qualquer cotação a uma resposta não justificada.

- A cotação total deste e-fólio é de 4 valores.

- O Grupo I tem cotação de 1.6 valores.
- O Grupo II tem a cotação de 1.2 valores (i - 0.5, ii - 0.7)
- O Grupo III tem a cotação de 1.2 valores (i- 0.8, ii- 0,4)

Normas a respeitar

- O documento final deverá estar em formato pdf.
- Todas as páginas do documento em *pdf* devem ser numeradas.
- O seu e-fólio não deve ultrapassar 12 páginas A4.
- Nomeie o ficheiro com o seu número de estudante, seguido da identificação do e-fólio, segundo o exemplo apresentado: 000000efolioB.pdf
- Deve carregar o referido ficheiro em formato *pdf* para a plataforma no dispositivo e-fólio B até à data e hora limite de entrega.
- Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas.
- O ficheiro em formato *pdf* a enviar não deve exceder 8 MB.

Votos de bom trabalho!

Wolfram Bentz

Nos grupos seguintes justifique todas as suas respostas apresentando os raciocínios e os cálculos que efetuou para as obter.

I. No $\mathbb{R}_2[x]$ considere os operações

$$\big(ax^2+bx+c\big)\oplus\big(dx^2+ex+f\big) := (a+d)x^2+(b+e-1)x+(c+f-2)$$

para todos $a,b,c,d,e,f \in \mathbb{R}$ e

$$r\otimes\big(ax^2+bx+c\big) := (r\cdot a)x^2+(r\cdot b-r+1)x+(r\cdot c-2\cdot r+2)$$

para todos $a,b,c,r \in \mathbb{R}$. ($\cdot,+,-$ do lado direito estão as operações usuais)

Mostre que $\mathbb{R}_2[x]$ com $\oplus$ e $\otimes$ é um espaço vetorial real.

II. Considere $S := \{ax^2+x+(a+2) : a \in \mathbb{R}\}$

i) Mostre que S é um subsespaço de $V = (\mathbb{R}_2[x],\oplus,\otimes)$, o espaço vetorial real do grupo I.

ii) Determine justificadamente uma base de S.

III. Sejam $V = (\mathbb{R}_2[x],\oplus,\otimes)$ o espaço vetorial real do grupo I, $W = (\mathbb{R}^2,+,\cdot)$ o espaço vetorial real com as operações usuais, e $T : V \to W$ a aplicação definida por

$$T(ax^2+bx+c) = (a+b-1, 2c-4) \quad \forall ax^2+bx+c \in V.$$

i) Mostre que T é uma aplicação linear.

ii) Determine justificadamente Nuc T e Im T.

FIM