



# Investigação Operacional | 21076

## Período de Realização

Decorre dia 8 de Junho de 2020, das 10:00 às 14:00

## Data de Limite de Entrega

8 de Junho de 2020, até às 14h00 de Portugal Continental

## Tema

Programação linear, filas de espera, gestão de processos, simulação

## Competências

Deve demonstrar ter capacidade para aplicar na resolução de problemas os vários métodos estudados nos temas acima.

## Trabalho a desenvolver

Deve resolver os exercícios propostos no enunciado, de forma clara e sucinta, com rigor científico e justificação adequada das respostas.

## Critérios de avaliação e cotação

Na avaliação do trabalho serão tidos em consideração os seguintes critérios e cotações:

1. A cotação total do exame é de 20 valores distribuídos de acordo com a tabela seguinte.

questão	1	2	3	4	5
cotação	2	4	5	6	3

2. Para a correção das questões constituem critérios de primordial importância, além da óbvia correção científica das respostas:
  - justificações de todos os passos da resolução;
  - capacidade de escrever clara, objectiva e corretamente;
  - capacidade de estruturar logicamente as respostas;
  - capacidade de desenvolver e de apresentar os cálculos e o raciocínio matemático corretos, utilizando notação apropriada.
3. Justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efectuar.

Todas as justificações terão de ser escritas por palavras do próprio.

A bibliografia consultada terá de ser mencionada.

### **Normas a respeitar**

A prova de Exame (destinada aos estudantes que optaram pela modalidade “Exame”) terá a duração de 120 minutos, a que acresce um período de tolerância de 120 minutos.

A tolerância destina-se à revisão e formatação da resolução em pdf, tendo como objetivo principal assegurar a respetiva submissão atempada.

Deve redigir o seu Exame na Folha de Resolução disponibilizada e preencher todos os dados do cabeçalho.

Caso não realize o seu Exame por escrito mas num outro formato, preencha igualmente o cabeçalho da Folha de Resolução e declare nela que terminou o seu trabalho até à data e hora determinada pelo professor.

Todas as páginas do documento devem ser numeradas.

O seu Exame não deve ultrapassar **doze** páginas A4.

Nomeie o ficheiro com o seu número de estudante, seguido da identificação do Exame, segundo o exemplo apresentado: 000000exame.

Deve carregar o referido ficheiro para a plataforma no dispositivo Exame até à data e hora limite de entrega. Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas.

Uma vez feita a submissão da resolução no dispositivo do Exame, já não será possível retirá-lo e substituí-lo por outro.

O ficheiro a enviar não deve exceder 8 MB.

Votos de bom trabalho!

Patrícia Engrácia e Elsa Negas

## Enunciado

**Justifique** todas as afirmações e apresente os cálculos realizados para as obter.

1 (2 val.) Um fabricante de móveis dispõe de 6 placas de madeira que poderá utilizar para fabricar biombo decorativos. O fabricante dispõe de 28h disponíveis e decidiu só fabricar dois modelos de biombo. Segundo as suas estimativas, cada biombo modelo 1 requer 2 placas de madeira e 7h de mão-de-obra, enquanto que um biombo modelo 2 requer 1 placa de madeira e 8h de mão-de-obra. Cada biombo modelo 1 será vendido a 120 u.m., enquanto que cada biombo modelo 2 será vendido a 80 u.m. Quantos biombo de cada modelo deverão ser fabricados se se pretender maximizar a receita? Formalize o problema apresentado, justificando cuidadosamente todas as decisões.

2 (4 val.) Considere o seguinte problema de programação linear:

$$\max F = X + 2Y$$

$$\text{sujeito a } \begin{cases} X + Y \geq 3 \\ -X + Y \leq 1 \\ X \leq 2 \\ X, Y \geq 0 \end{cases}$$

- Resolva-o graficamente, justificando todos os passos (determinação de todas as restrições, intersecção das restrições, curvas de nível da função objectivo, sentido de crescimento da função objectivo, determinação de ponto(s) óptimo(s),...).
- Utilize o método do simplex para resolver o problema, indicando o método utilizado e justificando o porquê da escolha. Justifique cuidadosamente todos os cálculos.  
Argunte, justificando qual dos métodos (entre o método gráfico ou o método do simplex escolhido) usaria para resolver um problema de programação linear semelhante com 4 variáveis de decisão.

**3** (5 val.) Uma linha de atendimento telefónico do supermercado *Fruta Fresca* tem ao serviço um único operador que trabalha 6 horas por dia para satisfazer pedidos e prestar informações. Sempre que determinado cliente esteja a ser atendido pelo operador, as restantes chamadas existentes em linha são colocadas em espera até serem atendidas por ordem de chegada. Atualmente, a linha de apoio ao cliente recebe, em média, 20 chamadas por hora e o tempo médio de atendimento de cada chamada pelo operador é de 2 minutos. Considere que as chamadas entram em linha de acordo com um Processo de Poisson e que o tempo de atendimento de cada uma delas pelo operador segue uma distribuição Exponencial Negativa.

- Identifique e caracterize o tipo de sistema de fila de espera associado ao problema enunciado, justificando detalhadamente a caracterização.
- Determine o tempo, em média, que cada chamada demora a ser atendida pelo operador.
- Qual o número médio de chamadas existentes em linha (espera + atendimento)?
- Qual a probabilidade de uma chamada permanecer em linha mais de 2 minutos?
- Em média, quanto tempo o operador está desocupado durante o horário diário de trabalho?

**4** (6 val.)

Considere o projecto com as características indicadas no quadro seguinte.

Actividade	Precedências	Duração (u.t.)
A	—	10
B	A	15
C	B	5
D	A	3
E	—	20
F	D, E, G	5
G	—	15
H	G	10

- Esboce a rede do projecto.
- Determine o caminho crítico do projecto e indique a duração total do projecto. Justifique todos os cálculos que realizar.

- c) Admita que é possível fazer reduções graduais segundo a seguinte tabela, em que  $\Delta T$  representa a redução de duração em u.t. e  $\Delta C$  representa o custo correspondente em u.m. O quadro apresenta a possibilidade de redução a 2 tempos distintos com custos diferentes (entre os 2 momentos). Em qualquer um dos momentos, o custo é diretamente proporcional à quantidade de u.t. a reduzir.

Actividade	$\Delta T1$	$\Delta C1$	$\Delta T2$	$\Delta C2$
A	2	3	1	5
B	4	2	2	7
C	2	4	1	6
D	1	4	—	—
E	5	2	2	5
F	1	3	—	—
G	3	5	1	7
H	4	3	2	5

Se pudesse investir 5 u.m. na redução total do projecto, que reduções efectuará?

As reduções só podem ser feitas em valores inteiros da unidade de tempo.

- 5 (3 val.) O tempo de entrega (em semanas) de um certo produto (em centenas de unidades) adquirido online é dado pela variável aleatória  $X$  com a seguinte função densidade de probabilidade.

$$f_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 2x, & 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ 1, & \frac{1}{2} \leq x < \frac{5}{4} \\ 0, & x \geq \frac{5}{4} \end{cases}$$

Elabore uma rotina que lhe permita gerar números pseudo-aleatórios com a distribuição  $X$ , ou seja, que permita simular o tempo de entrega do produto em causa, recorrendo ao Método da Inversão. Apresente o fluxograma associado.

**FIM**