

”

UNIDADE CURRICULAR: Linguagens e Computação

CÓDIGO: 21078

DOCENTE: Professor Jorge Morais

**A preencher pelo estudante**

**NOME:** Francisco José Pinto de Amaral

**N.º DE ESTUDANTE:** 1802876

**CURSO:** Licenciatura em Engenharia Informática

**DATA DE ENTREGA:** 01 - 01 - 2022

## TRABALHO / RESOLUÇÃO:

Considere o alfabeto  $\Sigma = \{a,b\}$ .

1. Escreva uma gramática independente de contexto que reconheça todas as sequências da forma  $a^{2n-1}b^{2k}a^n$ , onde  $n$  e  $k$  são números inteiros positivos. Cotação: 1,5 valores.

De acordo com o enunciado sabemos que os valores exponenciais de  $n$  e  $k$  serão números inteiros positivos, desta forma não serão igualmente consideradas sequências vazias ( $n=0$  e  $k=0$ ). Substituindo os exponenciais temos como exemplo:

n	k	Expressão	Palavra
1	1	$a^1b^2a^1$	abba
2	1	$a^3b^2a^2$	aaabbbaa
1	2	$a^1b^4a^1$	abbbbba
2	2	$a^3b^4a^2$	aaabbbbbaa
3	2	$a^5b^4a^3$	aaaaabbbbbaaa
2	3	$a^3b^6a^2$	aaabbbbbbaa
3	3	$a^5b^6a^3$	aaaaabbbbbbaaa
...	...	...	...
5	4	$a^9b^8a^5$	aaaaaaaaabbbbbbbbaaaaa
...	...	...	...

De acordo com a tabela acima podemos verificar que a primeira sequência de  $a$ 's é sempre ímpar (abba, aaabbbaa, ...), enquanto a sequência de  $b$ 's é sempre par e múltiplo de 2 (abba, ... , abbbbba, ... , aaabbbbbbaa, ...), a ultima sequência de  $a$ 's aumenta conforme o valor de  $n$  pois não tem qualquer cálculo do exponencial na formula facultada.

Deste modo tenho como solução as seguintes variáveis e inputs CFG:

$S \rightarrow aaSa \mid aPa$

$P \rightarrow bb \mid bbP$

Uma solução será:

$G = (\{SP\}, \{a,b\}, \{S \rightarrow aaSa \mid aPa, P \rightarrow bb \mid bbP\}, S)$

Nesta definição  $G$ , que inicia com a variável  $S$ , garante que a palavra tem  $n$   $a$ 's no início e no final, assim como a  $P$  no meio que inicia com 2  $b$ 's mesmo na mínima expressão possível **abba** em que  $n=1$  e  $k=1$ .

Para os testes de validação vou utilizar as 4 primeiras palavras/linhas da tabela:

**abba**

S  $\rightarrow$  aPa (S  $\rightarrow$  aPa)  
 $\rightarrow$  abba (P  $\rightarrow$  bb)

**aaabbaa**

S  $\rightarrow$  aaSa (S  $\rightarrow$  aaSa)  
 $\rightarrow$  aaPa (S  $\rightarrow$  aPa)  
 $\rightarrow$  aaabbaa (P  $\rightarrow$  bb)

**abbbba**

S  $\rightarrow$  aPa (S  $\rightarrow$  aPa)  
 $\rightarrow$  abbPa (S  $\rightarrow$  bbP)  
 $\rightarrow$  abbbba (P  $\rightarrow$  bb)

**aaabbbbaa**

S  $\rightarrow$  aaSa (S  $\rightarrow$  aaSa)  
 $\rightarrow$  aaPa (S  $\rightarrow$  aPa)  
 $\rightarrow$  aaabbaa (P  $\rightarrow$  bbP)  
 $\rightarrow$  aaabbbbaa (P  $\rightarrow$  bb)

**2. Construa um autômato de pilha que reconheça a mesma linguagem (sem recorrer à gramática da questão anterior). Cotação: 1,5 valores.**

$\Sigma = \{a, b\}$

P =  $\{ \{p, q, r, s, t\}, \{a, b\}, \{Z, a, b\}, \delta, p, Z, t \}$

Com as transições:

$\delta(p, a, Z) = \{ \{p, aZ\} \}$

$\delta(p, a, a) = \{ \{q, a\} \}$

$\delta(q, a, a) = \{ \{p, aa\} \}$

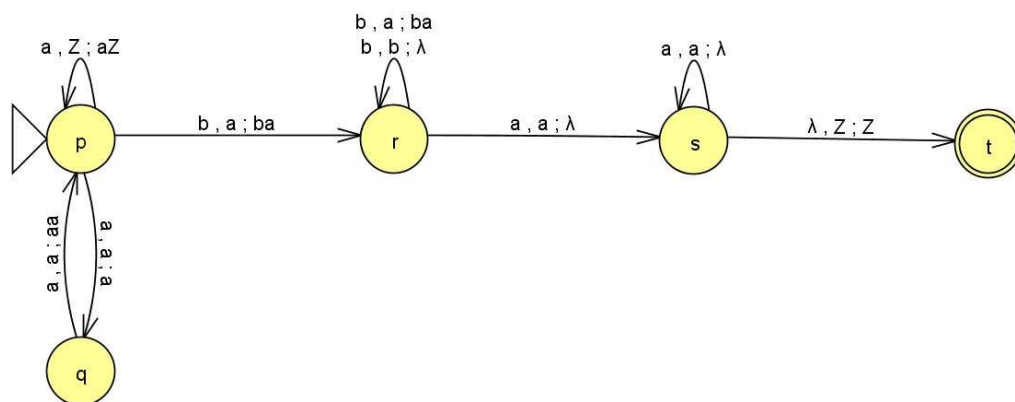
$\delta(p, b, a) = \{ \{r, ba\} \}$

$\delta(r, b, b) = \{ \{r, \lambda\} \}$

$\delta(r, a, a) = \{ \{s, \lambda\} \}$

$\delta(s, a, a) = \{ \{s, \lambda\} \}$

$\delta(s, \lambda, Z) = \{ \{t, Z\} \}$



O autômato desenhado é um autômato de pilha vazia que inicia no estado p com o símbolo Z, inicialmente irá alternar entre os estados p e q caso seja necessário adicionar mais a's á pilha e igualmente nas transições entre os estados r  $\rightarrow$  s e transição no estado s. Uma vez que os b's ficam entre os a's iniciais e finais, os b's são inseridos na transição

entre os estados  $p \rightarrow r$  e na transição no estado  $r$ . No final da palavra, se a pilha se encontrar vazia, incluindo o  $Z$  inicial, a palavra é reconhecida pelo autômato.

Foi utilizado o software JFLAP 7.1 para desenho do PDA e teste no mesmo software utilizando as palavras da tabela do exercício 1:

Input	Result
abba	Accept
aaabbaa	Accept
abbbba	Accept
aaabbbbaa	Accept
aaaaabbbbbaa	Accept
aaabbbbbbbaa	Accept
aaaaabbbbbaa	Accept
aaaaaaaaabbbbbbbbaaaa	Accept
bbaaaaaabbba	Reject

NOTA: a última palavra **bbaaaaaabbba** foi colocada propositalmente para mostrar que seria rejeitada.

3. Usando as duas respostas anteriores, uma diferente para cada sequência, mostre que **abba** e **aaaaabbbbbaa** pertence à respectiva linguagem. Cotação: 1 valor.

Utilizando a linguagem da questão 2 para a sequência **abba** temos:

OPERAÇÃO	INPUT	ESTADO INICIAL	TRANSIÇÃO	ESTADO FINAL
1ª			Z	p
2ª	a	p	(a,Z;aZ)	p
3ª	b	p	(b,a;ba)	r
4ª	b	r	(b,a;ba)	r
5ª	a	r	(a,a;λ)	s
6ª		s	(λ,Z;Z)	t

Utilizando a linguagem da questão 1 para a sequência **aaaaabbbbbaa** que é representado pela expressão  $a^5b^4a^3$  em que  $n=3$  e  $k=2$  estrutura-se de acordo com as seguintes transições:

$S \rightarrow aaSa$   
 $\rightarrow aaaaSaa$   
 $\rightarrow aaaaaPa$   
 $\rightarrow aaaaabbPa$   
 $\rightarrow aaaaabbba$

$(S \rightarrow aaSa)$   
 $(S \rightarrow aaSa)$   
 $(S \rightarrow aPa)$   
 $(P \rightarrow bbP)$   
 $(P \rightarrow bb)$

**FIM**