

U.C. 21082
Matemática Finita
11 de junho de 2015

- INSTRUÇÕES -

- O p-fólio é composto por 7 grupos de questões, contém 3 páginas e termina com a palavra **FIM**. Verifique o seu exemplar e, caso encontre alguma anomalia, dirija-se ao professor vigilante nos primeiros 15 minutos da prova.
- As questões de escolha múltipla deverão ser respondidas no enunciado. As questões dos grupos 4, 5, 6 e 7 deverão ser respondidas na folha de ponto. Todos os cabeçalhos e espaços reservados à sua identificação deverão ser preenchidos, com letra legível.
- Verifique no momento da entrega das folhas de ponto se todas as páginas estão rubricadas pelo vigilante. Caso necessite de mais do que uma folha de ponto, deverá numerá-las no canto superior direito.
- Em hipótese alguma serão aceites folhas de ponto dobradas ou danificadas. Exclui-se, para efeitos de classificação, toda e qualquer resposta apresentada em folhas de rascunho.
- Utilize uma letra legível e não use uma caneta de outra cor que não seja o preto ou o azul - as respostas a lápis não serão consideradas.
- Não é permitido o uso de máquina de calcular, nem de elementos de consulta.
- O p-fólio tem a duração máxima de 1 hora e 30 minutos.

CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO E COTAÇÃO

- Com excepção das 3 questões de escolha múltipla, justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efectuar. Não será atribuída classificação a uma resposta não justificada.
- Cada questão de escolha múltipla tem a cotação de 1 valor. Por cada resposta incorrecta será descontado $\frac{1}{3}$ de valor. É considerada errada uma questão com mais de uma resposta. A classificação mínima destas 3 questões de escolha múltipla é de 0 valores. A distribuição da cotação pelos restantes grupos de questões é a seguinte:

Grupo 4	Grupo 5	Grupo 6	Grupo 7
1.50	3.50	1.0	3.0

Nome:

Nº de Estudante: B. I. nº

Turma Assinatura do Vigilante:

Questões de escolha múltipla

Em cada questão de escolha múltipla são apresentadas quatro opções, das quais uma, e só uma, obedece às condições pedidas. Indique-a marcando $\times$ no quadrado respectivo. Caso pretenda anular alguma resposta, escreva "Anulado" junto a essa resposta e indique, se for caso disso, a resposta que pretende que seja considerada.

1. O coeficiente de x^4 no desenvolvimento de $(7 - 6x)^{10}$ é igual a:

☐ a) $\binom{10}{4}$

☐ c) $(-6)^{10} \binom{10}{4}$

☐ b) $6 \binom{10}{4}$

☐ d) $(-6)^4 7^6 \binom{10}{4}$

2. Dados dois números inteiros m e n positivos e uma aplicação sobrejectiva

$$f : \mathbb{Z}_m \rightarrow \mathbb{Z}_n,$$

à partida pode dizer-se que...

☐ a) $m \leq n$

☐ c) $m \geq n$

☐ b) $m = n$

☐ d) $m \neq n$

3. Relativamente aos números 72684 e 7284 podemos afirmar:

☐ a) Ambos são divisíveis por 9

☐ b) 72684 é divisível por 9, mas 7284 não é

☐ c) 7284 é divisível por 9, mas 72684 não é

☐ d) Nenhum deles é divisível por 9

RESPONDA ÀS QUESTÕES SEGUINTE NA FOLHA DE PONTO

Justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efectuar.

4. Mostre que

$$\sum_{k=0}^m \binom{m}{k}^2 = \binom{2m}{m}.$$

5. Considere $4n^3 - n$, $n \in \{1, 2, \dots\}$.

5.1. Por recurso ao método de indução matemática prove que 3 é um divisor de $4n^3 - n$.

5.2. Mostre que $4n^3 - n$ é um número par se, e só se, n é par.

6. Por recurso ao algoritmo de Euclides calcule $\text{mdc}(273, 111)$.

7. Considere a sucessão $\langle a_n \rangle$ definida por

$$a_n = -4a_{n-1} - 3a_{n-2}, \quad n \geq 2,$$

para $a_0 = 0$ e $a_1 = 2$.

7.1. Determine o termo geral da sucessão.

7.2. Mostre que todos os termos desta sucessão são múltiplos de 2.