e-Fólio A

Física Geral
21048

Instruções para elaboração deste e-Fólio
Documento de texto, .DOC, .PDF ou .PS; fonte 11 ou 12; espaçamento livre; máximo 6 páginas.
Pode incluir desenhos, várias cores e pode inclusive juntar elementos aos desenhos do próprio e-Fólio.
Para incluir fórmulas pode usar o editor de fórmulas do seu processador de texto ou gerá-las à parte.
Entregar até às **23:55 h do dia 8 de dezembro**, por via da plataforma.

Critérios de correção: (para cada questão as percentagens oscilarão nos intervalos indicados)
20 ± 10% Rigor científico na identificação dos princípios físicos em jogo.
40 ± 10% Rigor científico da colocação do problema em equação.
40 ± 10% Rigor dos cálculos, expressão e (se aplicável) interpretação corretas dos resultados.

Este e-Fólio tem a cotação máxima de 4 valores.

Nos problemas abaixo, considere $g = 9{,}8\ \mathrm{m/s^2}$ e, salvo indicação em contrário, dê as suas respostas em unidades SI.

1. Uma viatura, A, entra na faixa de aceleração de uma autoestrada. Segue a 60 km/h quando inicia a sua aceleração até ao limite legal de 120 km/h, a uma taxa constante de 10 km/h por cada segundo, seguindo a essa rapidez findo o período de aceleração. No instante em que A começa o movimento acima descrito, passa por ela uma outra viatura, B, que segue a rapidez constante de 110 km/h.

Assumindo movimento retilíneo de A e B e escolhendo a origem dos *xx* no local onde B passa por A, calcule:

a. **(0,7 val)** A posição onde se encontram A e B quando termina o período de aceleração de A.
b. **(0,5 val)** A posição onde A ultrapassa B.

(*a*) Trata-se claramente de um problema de cinemática. Em primeiro lugar devemos identificar os movimentos em jogo. A viatura A tem um período de movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV), dos 60 aos 120 km/h, seguido de movimento retilíneo uniforme (MRU). A viatura B segue em MRU o tempo todo. Durante o período de aceleração de A, as expressões para o movimento de A e B são, no referencial sugerido e passando os km/h a m/s (60 km/h = 16,67 m/s ; 110 km/h = 30,56 m/s),

$$\begin{cases} x_A = x_{0A} + v_{0A}t + \dfrac{1}{2}a_A t^2 \\ x_B = x_{0B} + v_B t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_A = \left(16{,}67\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)t + \dfrac{1}{2}a_A t^2 \\ x_B = \left(30{,}56\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)t \end{cases}$$

Para continuar precisamos de passar a aceleração de A ao SI ($\mathrm{m/s^2}$). Como a velocidade aumenta 10 km/h a cada segundo, a viatura demora 6,0 s a passar dos 60 km/h aos 120 km/h. Da definição de aceleração vem então

$$a_A = \frac{\Delta v}{\Delta t} \to a_A = \frac{120\,\frac{\text{km}}{\text{h}} - 60\,\frac{\text{km}}{\text{h}}}{6{,}0\ \text{s}} \Leftrightarrow a_A = 10\,\frac{\text{km}}{\text{h.s}} = 10\,\frac{1000\ \text{m}}{3600\ \text{s}^2} = 2{,}778\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Substituindo a_A e $t = 6{,}0$ s nas expressões para a posição temos, no instante em que A termina a aceleração,

$$\begin{cases} x_A = \left(16{,}67\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)(6{,}0\ \text{s}) + \frac{1}{2}\left(2{,}778\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(6{,}0\ \text{s})^2 \\ x_B = \left(30{,}56\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)(6{,}0\ \text{s}) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = 150\ \text{m} \\ x_B = 183{,}36\ \text{m} \quad (180\ \text{m}) \end{cases}$$

(*b*) A partir do momento em A chega aos 120 km/h (33,33 m/s) passamos a ter dois MRUs:

$$\begin{cases} x_A = x_{0A} + v_A t \\ x_B = x_{0B} + v_B t \end{cases} \to \begin{cases} x_A = 150\ \text{m} + \left(33{,}33\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right) t \\ x_B = 183{,}36\ \text{m} + \left(30{,}56\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right) t \end{cases}$$

Notar que nestas expressões o contador de tempo passa a zero. Ou seja, $t = 0$ é agora o instante em que A termina a aceleração (no movimento anterior, $t = 0$ era o instante de início de aceleração). Como A vai mais depressa que B, a certa altura vai ultrapassar este último. Para encontrar o instante em que isso acontece basta notar que "ultrapassar" significa fisicamente apenas que $x_A = x_B$. Isto leva à simples expressão

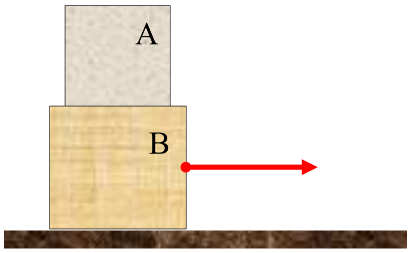
$$x_A = x_B \to 150\ \text{m} + \left(33{,}33\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right) t = 183{,}36\ \text{m} + \left(30{,}56\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right) t \Leftrightarrow t = 12{,}04\ \text{s}$$

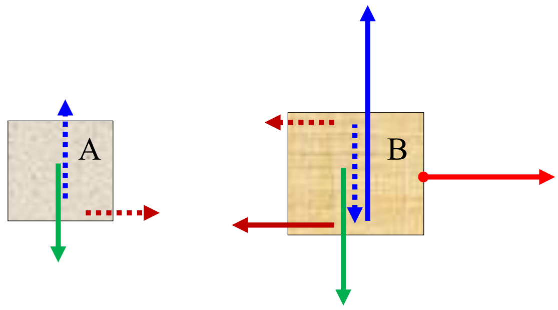
Substituindo p.ex. em x_A vem finalmente

$$x_A = 551{,}3\ \text{m} \quad (550\ \text{m})$$

Igual resultado se receberia substituindo em x_B, caso contrário não seria o local de ultrapassagem.

2. Os blocos A (10 kg) e B (8,0 kg) abaixo são puxados por uma força de magnitude desconhecida, movendo-se ambos com aceleração constante de 1,0 m/s^2. Há atrito entre A e B e entre B e o solo, este último com coeficiente $\mu_k = 0{,}65$.





Considere os blocos como corpos pontuais. Questões:

a. **(0,4 val)** Marque, em diagrama de corpo livre (i.e. como na figura ao lado), as forças que atuam nos blocos.
b. **(0,8 val)** Calcule a magnitude de todas essas forças.

(***a***) Na figura ao lado marcámos as forças: a azul as normais, a verde os pesos, a vermelho a tensão na corda e a vermelho escuro os atritos. Notar que entre A e B o atrito é *estático* (A e B não se movem entre si) e entre B e o solo o atrito é *cinético* (B move-se em relação ao solo). Note-se os pares ação/reação, marcados a tracejado.

(***b***) Dado que o conjunto está a acelerar, aplica-se a 2ª lei de Newton, $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$. Notando que A e B têm a mesma aceleração, que podemos chamar a, temos então, num referencial xy usual e designando por F_T a força de tração

$$\Sigma\vec{F} = 0 \rightarrow \begin{cases} \Sigma F_{Ax} = 0: \ f_s^{AB} = m_A a \\ \Sigma F_{Ay} = 0: \ F_{NA} - F_{gA} = 0 \\ \Sigma F_{Bx} = 0: \ -f_s^{AB} - f_k^{B-\text{solo}} + F_T = m_B a \\ \Sigma F_{By} = 0: \ F_{NB} - F_{NA} - F_{gA} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f_s^{AB} = m_A a \\ F_{NA} = F_{gA} = m_A g \\ F_T = f_s^{AB} + \mu_k F_{NB} + m_B a \\ F_{NB} = F_{NA} + F_{gA} = (m_A + m_B) g \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f_s^{AB} = (8{,}0\ \text{kg})\left(1{,}0\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) = 8{,}0\ \text{N} \\ F_{NA} = F_{gA} = (10\ \text{kg})\left(9{,}8\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) = 98\ \text{N} \\ F_T = 8{,}0\ \text{N} + \underbrace{0{,}65 \cdot 176{,}4\ \text{N}}_{=f_k^{B-\text{solo}}=114{,}7\ \text{N}\ (110\ \text{N})} + (10\ \text{kg})\left(1{,}0\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) = 132{,}7\ \text{N}\ \ (130\ \text{N}) \\ F_{NB} = (8{,}0\ \text{kg} + 10\ \text{kg})\left(9{,}8\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) = 176{,}4\ \text{N}\ \ (180\ \text{N}) \end{cases}$$

Resumindo, a 2 AS temos:

$$F_{gA} = 78\ \text{N};\ F_{NA} = 78\ \text{N};\ f_s^{AB} = 8{,}0\ \text{N};\ f_k^{B-\text{solo}} = 110\ \text{N};\ F_{gB} = 98\ \text{N};\ F_{NB} = 180\ \text{N};\ F_T = 130\ \text{N}$$

3. Uma bola de boliche (*bowling*), de 7,20 kg e inicialmente em repouso, é largada pelo seu lançador a 1,20 m/s, num movimento que levou 0,680 s a completar. O lançamento é feito a uma altura baixa, desprezável para efeitos práticos. A bola rola pela pista e mais adiante atinge frontalmente um pino de 1,50 kg em repouso, à rapidez de 1,00 m/s. Após a colisão a bola segue na mesma direção e sentido com rapidez 0,660 m/s.

Considerando a bola e pino como corpos pontuais, calcule:

a. **(0,4 val)** A força média que o lançador exerceu sobre a bola no lançamento.
b. **(0,4 val)** O trabalho não-conservativo realizado sobre a bola durante o seu rolar pelo rolar na pista até ao instante de colisão com o pino.
c. **(0,4 val)** A rapidez do pino imediatamente após a colisão.

(*a*) A força média pode ser encontrada da definição de impulso, $\vec{I} = \vec{F}_{ext}\Delta t$, uma vez que a força exercida pelo lançador é uma força externa à bola. Para prosseguir precisamos de saber o impulso, o qual pode por seu turno ser calculado do teorema de impulso-momento. Em magnitude temos, designando por '1' o instante anterior ao arremesso e '2' o instante imediatamente após o lançamento,

$$\vec{I} = \Delta\vec{p} \to I = m(v_2 - v_1) \Leftrightarrow I = (7{,}20\ \mathrm{kg})\left[\left(1{,}20\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) - 0\right] = 8{,}64\,\frac{\mathrm{kg.m}}{\mathrm{s}}$$

Isto leva a uma força média de

$$F_{ext} = \frac{I}{\Delta t} \Leftrightarrow F_{ext} = \frac{8{,}64\,\frac{\mathrm{kg.m}}{\mathrm{s}}}{0{,}680\ \mathrm{s}} = 12{,}7\ \mathrm{N}$$

(*b*) Do corolário do teorema de trabalho-energia temos que a variação na energia mecânica entre o lançamento e a colisão é igual ao trabalho não-conservativo. Temos pois, designando por '3' o instante imediatamente anterior à colisão,

$$W_{NC} = \Delta E_m \Leftrightarrow W_{NC} = \frac{1}{2}m(v_3^2 - v_2^2) \Leftrightarrow W_{NC} = \frac{1}{2}(7{,}20\ \mathrm{kg})\left[\left(1{,}00\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 - \left(1{,}20\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2\right]$$
$$= -1{,}584\ \mathrm{J} \quad (-1{,}58\ \mathrm{J})$$

(*c*) Na colisão atuam apenas forças internas ao sistema bola-pino, pelo que o momento linear se conserva. Aplicando a conservação de momento vem, designando por '4' o instante imediatamente após a colisão e por 'B/P' bola/pino,

$$\vec{p}_3^{\,B+P} = \vec{p}_4^{\,B+P} \to m_B v_{B3} + m_P v_{P3} = m_B v_{B4} + m_P v_{P4} \Leftrightarrow (7{,}20\ \mathrm{kg})\left(1{,}00\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) + 0$$
$$= (7{,}20\ \mathrm{kg})\left(0{,}660\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) + (1{,}5\ \mathrm{kg})v_{P4} \Leftrightarrow v_{P4} = 1{,}632\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \quad \left(1{,}63\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)$$

4. (0,4 val) Um motor de automóvel acelera desde o repouso até 6000 rpm (rotações por minuto) em 2,0 s. Quantas rotações descreve o motor neste intervalo de tempo?

Trata-se de um problema de movimento circular uniformemente variado, descrito por

$$\begin{cases} \omega = \omega_0 + \alpha t \quad \text{(velocidade angular)} \\ \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \quad \text{(ângulo varrido)} \end{cases}$$

Quer-se saber o ângulo varrido, expresso em rotações. Para isso precisamos da aceleração angular, α. Esta pode ser calculada da primeira equação:

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \rightarrow \alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} \Leftrightarrow \alpha = \frac{6000\text{ rpm} - 0}{2{,}0\text{ s}} = \frac{100\text{ rps}}{2{,}0\text{ s}} = 50\text{ rps}^2$$

onde "rps^2" significa rotações por s^2. Deixámos como unidade de ângulo a rotação completa, por ser esta a unidade em que o resultado final é pedido. Substituindo na equação para o ângulo varrido vem finalmente

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \rightarrow \theta - \theta_0 = 0 + \frac{1}{2}(50\text{ rps}^2)(2{,}0\text{ s})^2 \Leftrightarrow \Delta\theta = 100\text{ rot}$$