



Matemática Finita | 21082

Período de Realização

Decorre de 30 de abril a 10 de maio de 2020

Data de Limite de Entrega

10 de maio de 2020, até às 23h55 de Portugal Continental

Tema

Teoria de Números

Trabalho a desenvolver

Resolução dos 7 grupos de exercícios constantes no enunciado.

Critérios de avaliação e cotação

Na avaliação do trabalho serão tidos em consideração os seguintes critérios e cotações:

1. A cotação total deste e-Fólio é de 4 valores.
2. Com exceção das 3 questões de escolha múltipla, justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efetuar. Não será atribuída classificação a uma resposta não justificada.
3. Cada questão de escolha múltipla tem a cotação de 0.3 valor. Por cada resposta incorreta será descontado 0.1 valor. É considerada errada uma questão com mais de uma resposta. A classificação mínima destas 3 questões é de 0 valores.
4. A distribuição da cotação é a seguinte:

1-3	ERRADAS			
C				
E	0	0.0	0.0	0.0
R	1	0.3	0.2	0.1
T	2	0.6	0.5	
AS	3	0.9		

4.	5.	6.	7.
0.6 val.	1.2 val.	0.7 val.	0.6 val.

Normas a respeitar

As suas respostas às questões deste E-fólio não devem ultrapassar 6 páginas A4.

Escreva sempre com letra legível.

Depois de ter realizado o E-fólio produza um documento em **formato PDF** e nomeie o ficheiro com o seu número de estudante, seguido da identificação do E-fólio, segundo o exemplo apresentado: 000000efolioB.pdf

Deve carregar o referido ficheiro para a plataforma no dispositivo E-fólio B até à data e hora limite de entrega. Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas.

O ficheiro a enviar não deve exceder 10 MB.

Votos de bom trabalho!

Maria João Oliveira e Ana Nunes

Enunciado

Em cada questão de escolha múltipla são apresentadas quatro opções, das quais uma, e só uma, obedece às condições pedidas.

1. Seja n um número cuja fatorização em números primos é da forma $n = p_1 p_2 \dots p_k$. Relativamente à afirmação

$$n \geq 2^k$$

podemos afirmar:

- A) A afirmação é verdadeira
- B) A afirmação só é verdadeira se na fatorização os números primos não forem repetidos
- C) A afirmação é falsa
- D) Os dados não são conclusivos

2. Relativamente à igualdade

$$\text{mdc}(a, b) \text{ mmc}(a, b) = ab \quad (1)$$

considerem-se os casos seguintes:

(i) $a \in \mathbb{Z}^+, b \in \mathbb{Z}^-$

(ii) $a, b \in \mathbb{Z}^-$

Tem-se que:

- A) A igualdade (1) é válida para os casos (i) e (ii)
- B) A igualdade (1) é válida para o caso (i), mas não é válida para o caso (ii)
- C) A igualdade (1) é válida para o caso (ii), mas não é válida para o caso (i)
- D) A igualdade (1) não é válida para o caso (i), nem para o caso (ii)

3. Considerem-se todos os tripletos (p_1, p_2, p_3) onde p_1, p_2, p_3 são números primos tais que $p_3 - p_2 = p_2 - p_1 = 2$. Por exemplo, $(3, 5, 7)$.

- A) $(3, 5, 7)$ é o único exemplo nas condições do enunciado
- B) $(1, 3, 5)$ é outro exemplo de um tripleto descrito no enunciado e $(1, 3, 5), (3, 5, 7)$ são os únicos tripletos nessas condições
- C) Há pelo menos três tripletos nas condições do enunciado
- D) Trata-se de um problema em aberto saber quantos tripletos estão nas condições do enunciado

Justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efetuar.

4. Determine, de modo eficiente, os dígitos a, b tais que $(3a7b8)_{10}$ seja divisível por 9 e por 11.

5. Dados $a, b, m \in \mathbb{Z}$, mostre que

5.1. Se $\text{mdc}(ab, m) = 1$, então $\text{mdc}(a, m) = \text{mdc}(b, m) = 1$.

5.2. Se $\text{mdc}(a, m) = \text{mdc}(b, m) = 1$, então $\text{mdc}(ab, m) = 1$.

6. Resolva o sistema seguinte

$$\begin{cases} 2x + 3y \equiv 1 \pmod{11} \\ x + 4y \equiv 4 \pmod{11} \end{cases}$$

7. Sejam $a, b \in \mathbb{Z}$ tais que $\text{mdc}(a, b) = 1$. Mostre que os números ab e $a + b$ são primos entre si.

FIM