

U.C. 21048

Física Geral

4 de novembro de 2015

INSTRUÇÕES

Leia com atenção o que se segue antes de iniciar a sua prova:

Verifique se o enunciado desta prova possui, para além desta folha de rosto, mais 4 páginas, numeradas de 2 a 5 e terminando com a palavra FIM.

O estudante não necessita de indicar qualquer resposta neste enunciado, pelo que poderá ficar na posse do mesmo finda a prova.

Este exame consta de **10 questões estruturadas** de produção de resposta, das quais deve resolver as que **entender**. (A questão 11 é especial e está discutida no parágrafo seguinte.) Ao fazer as suas escolhas, a **soma das cotações de todas as questões escolhidas não deve ser inferior a 18 valores nem superior a 22 valores**. Essa soma será, para efeitos de correção, posteriormente **normalizada a 20 valores**. Exemplo: se o estudante decidiu responder a questões que perfaçam um total de 18 valores, a classificação que nelas obtiver será multiplicada por 20/18. A aprovação nesta prova será obtida com uma classificação normalizada igual ou superior a 9,5 valores.

Se, de acordo com o parágrafo anterior, o estudante obtiver uma nota **superior** a 16 valores, ficará com esses 16 valores. Para obtenção de notas superiores a 16 valores o estudante terá, cumulativamente, que resolver o **problema 11**.

Indique claramente as questões que se propõe resolver, sendo que o professor julgará como entender omissões a esse respeito, bem como escolhas fora dos limites acima indicados (18 a 22 valores).

Os parâmetros valorizados nas respostas são:

- O rigor científico do raciocínio usado, nomeadamente na identificação dos princípios físicos em jogo e na colocação do problema em equação.
- O rigor dos cálculos efectuados, incluindo a expressão correcta dos resultados (os valores numéricos com os algarismos significativos e unidades adequados) e a interpretação dos resultados (se aplicável). Os resultados devem ser apresentados com 2 ou 3 algarismos significativos.

Recomenda-se que:

- Leia com muita atenção as questões e seleccione bem os dados e incógnitas antes de responder.
- Responda primeiro às questões que julgar mais acessíveis, e só depois às questões que considerar mais difíceis.
- Reveja as resoluções cuidadosamente antes de entregar a prova.

Pode utilizar a sua máquina de calcular mas não pode emprestá-la a qualquer dos seus colegas.

Duração: 2h:30 min

FORMULÁRIO E VALORES DE CONSTANTES FÍSICAS

$$\Delta G = G_f - G_i ; \vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k} ; |\vec{A}| = A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} ; \vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos(\alpha AB) ; \vec{A} \times \vec{B} = AB \sin(\alpha AB) \hat{n}$$

$$\text{Círculo: } \begin{cases} A = \pi R^2 \\ P = 2\pi R \end{cases} ; \text{ Esfera: } \begin{cases} V = \frac{4}{3}\pi R^3 \\ A = 4\pi R^2 \end{cases} ; \text{ Cilindro: } \begin{cases} V = \pi R^2 h \\ A = 2\pi R^2 + 2\pi R h \end{cases}$$

$$\vec{v}_{med} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} ; \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} ; s_{med} = \frac{\text{distância}}{\Delta t} ; s = |\vec{v}| = v ; \vec{a}_{med} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} ; \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$$

$$\begin{cases} \vec{v} = cte \\ \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}t \end{cases} \text{ 1D: } \begin{cases} v = cte \\ x = x_0 + vt \end{cases} ; \begin{cases} \vec{a} = cte \\ \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t \\ \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a}t^2 \end{cases} \text{ 1D: } \begin{cases} a = cte \\ v = v_0 + at \\ x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta \theta = \frac{d}{R} ; 1 \text{ rot} = 2\pi \text{ rad} \\ \omega = \frac{d\theta}{dt} ; \omega_{med} = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} \\ \alpha = \frac{d\omega}{dt} ; \alpha_{med} = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} \end{cases} ; \begin{cases} d = \Delta \theta R \\ v = \omega R \\ a_t = \alpha R ; a_n = \frac{v^2}{R} \end{cases} ; \begin{cases} \omega = cte \\ \theta = \theta_0 + \omega t \end{cases} ; \begin{cases} \vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \\ \alpha = \frac{|\Sigma \vec{\tau}|}{I} \end{cases} ; \begin{cases} \alpha = cte \\ \omega = \omega_0 + \alpha t \\ \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \end{cases}$$

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} ; F_g = mg \left(g = 9,8 \frac{m}{s^2} \right) ; f_s \leq \mu_s F_N ; f_k = \mu_k F_N ; F_{cent} = m \frac{v^2}{R}$$

$$W_F = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} ; E_c = \frac{1}{2} m v^2 ; E_p = - \int_{x_i}^{x_f} F_C(x) dx ; F_C = - \frac{dE_p}{dx} ; E_{pg} = mgh ; F_{elast} = -kx ; E_{p,elast} = \frac{1}{2} kx^2$$

$$E_m = E_c + E_p ; W_{tot} = \Delta E_c ; W_C = -\Delta E_p ; W_{NC} = \Delta E_m ; \mathcal{P}_{med} = \frac{\Delta E}{\Delta t} ; \mathcal{P} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

$$\vec{p} = m\vec{v} ; \vec{l} = \vec{F}_{ext} \Delta t ; \vec{l} = \Delta \vec{p}$$

Para uma ED do tipo: $\frac{dx}{dt} = f(t, x)$

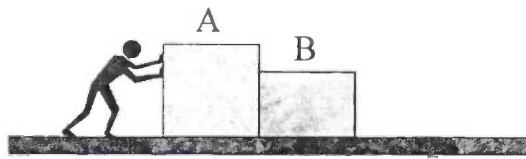
Euler/Runge - Kutta 1: $x_{i+1} = x_i + f(t_i, x_i)h$; $h = t_{i+1} - t_i$

Heun/Previsor - Corretor/Runge - Kutta 2:
$$\begin{cases} x_{i+1}^{(p)} = x_i + f(t_i, x_i)h \\ x_{i+1} = x_i + \frac{f(t_i, x_i) + f(t_{i+1}, x_{i+1}^{(p)})}{2} h \end{cases} ; h = t_{i+1} - t_i$$

Nota: x_i, x_{i+1} são o mesmo que respetivamente $x(t_i), x(t_{i+1})$.

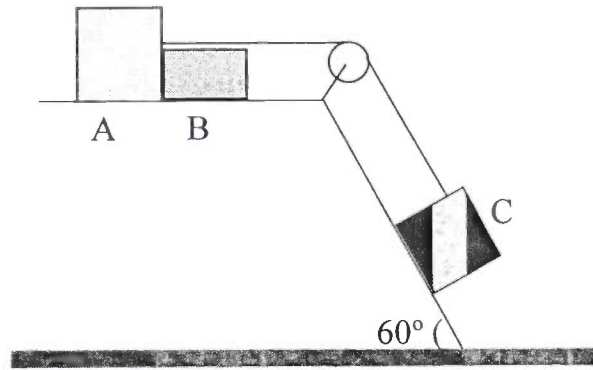
Apresente as suas respostas no SI de unidades

- Um helicóptero sobe verticalmente à rapidez constante de 1,8 m/s. Quando atinge uma certa altitude, um parafuso de 30 g desprende-se e cai, embatendo no chão 5,0 s após o desprendimento. Desprezando a resistência do ar, calcule:
 - (1,0 val) A altura a que o parafuso se desprende.
 - (1,5 val) A energia cinética com que embate no chão.
- Dois caixotes A e B, de 60 kg e 50 kg respetivamente, estão em contacto e repousam sobre o chão. Um homem exerce uma força de magnitude desconhecida sobre a caixa A, conferindo-lhe uma aceleração de $2,5 \text{ m/s}^2$. Entre os ambos os caixotes e o solo há atrito cinético, em ambos os casos de coeficiente $\mu_k = 0,30$. Tratando os caixotes como corpos pontuais,



- (1 val) Desenhe na sua folha de ponto, em diagrama de corpo livre (i.e. desenhando um diagrama para cada caixote), as forças que atuam nos dois caixotes.
 - (2 val) Calcule a força que o homem exerce sobre o caixote A.
- (2,5 val) Qual dos dois automóveis seguintes tem menor distância de travagem? Um Ferrari Modena a 150 km/h ($\mu_k = 1,1$) ou um Fiat Punto a 110 km/h ($\mu_k = 0,90$)? Assuma que ambos entram em derrapagem assim que o travão é acionado.
 - (2,0 val) Uma carruagem de 20,0 ton embate frontalmente a 10,0 km/h com outra de 15,0 ton em repouso. Após o embate, as duas seguem juntas, indo embater com uma terceira, de 10,0 ton mais à frente e também em repouso. Após este segundo embate, as três seguem juntas a uma determinada rapidez. Quanto vale essa rapidez?
 - Um aerogerador com pás de 30 m gira inicialmente a 0,70 rotações/s quando cessa o vento. As pás desaceleram a sua rotação uniformemente, parando depois de descrever 50 rotações completas. Determine
 - (1,0 val) A velocidade escalar inicial da ponta das pás.
 - (2,0 val) A aceleração angular das pás durante o intervalo de tempo entre o fim do vento e o repouso. Dica: considere as equações para o ângulo varrido e velocidade angular no movimento circular uniformemente variado (MCUV).

6. Na montagem ao lado, A B C têm respetivamente 6 kg, 3 kg e 5 kg de massa, e não há atrito.
- (1,5 val) Marque todas as forças atuando sobre os blocos em diagramas de corpo livre.
 - (2,0 val) Calcule a aceleração do sistema.



7. Um elevador tem chassis de 950 kg e transporta três pessoas, de respetivamente 65 kg, 75 kg e 80 kg. Calcule:
- (0,5 val) A energia potencial gravítica ganha pelo conjunto elevador-pessoas-Terra numa ascensão de 15 m (cinco andares). Assuma que o conjunto começa e termina a ascensão em repouso.
 - (0,5 val) O trabalho realizado pelo motor e peso na ascensão.
 - (0,5 val) A potência média desenvolvida pelo motor na ascensão, sabendo que esta demora 20 s do princípio ao fim.
8. Um satélite GPS tem altitude em relação ao solo de 20 000 km. Assuma que o satélite descreve um MCU. O raio da Terra é $R_T = 6370$ km e a aceleração da gravidade à altitude da órbita é de $a_g = 0,573 \frac{m}{s^2}$. Calcule:
- (1,0 val) A rapidez da órbita.
 - (1,0 val) O período orbital.
9. (2,5 val) É sabido que a taxa de transferência de calor entre os corpos é tanto maior quanto a diferença de temperatura entre eles. Este facto é traduzido por uma equação diferencial que, para o caso simples de um corpo mais quente/frio que o ambiente que o rodeia, se reduz aproximadamente a

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_{amb})$$

onde $T(t)$ é a temperatura de um corpo, função do tempo t , T_{amb} a temperatura do ambiente circundante, que se pode considerar constante, e k uma constante de transmissão térmica (depende de muitos fatores).

Utilize o algoritmo de Heun ou Euler para calcular a temperatura de um copo de leite ao fim de 1 minuto depois de tirado do micro-ondas a 80°C , para uma temperatura ambiente de 20°C e transmissão térmica de $0,010 \text{ s}^{-1}$. Utilize um passo de 10 s. Pontos extra para resolução pelo método de Heun.

(Copie e preencha a tabela abaixo para folha de ponto. Preencha a coluna k_2 só se usar Heun.)

t (s)	T (°C)	$k_1 = f(t_i, T_i)$	$k_2 = f(t_{i+1}, T_{i+1}^{(P)})$
0			
10			
20			
30			
40			
50			
60			

10. Um corpo, de massa unitária e inicialmente em repouso no instante $t = 0$, sofre a ação de uma força dependente do tempo e velocidade, cuja forma no SI é

$$f(t, v) = 10 - t - \frac{v}{2} ; t \in [0,5]$$

como indicado, ao fim de 5,0 s, a força deixa de atuar.

- a. (0,5 val) Verifique que a equação diferencial que descreve o movimento do corpo a partir de $t = 0$ s é

$$\frac{dv}{dt} = 10 - t - \frac{v}{2}$$

- b. (2,5 val) Calcule a velocidade do corpo ao fim de 5,0 s por um algoritmo de integração numérica. Utilize um passo de 1,0 s. Pontos extra para resolução pelo método de Heun.

(Copie e preencha a tabela abaixo para folha de ponto. Preencha a coluna k_2 só se usar Heun)

t (s)	v (m/s)	$k_1 = f(t_i, v_i)$	$k_2 = f(t_{i+1}, v_{i+1}^{(P)})$
0			
1			
2			
3			
4			
5			

11. (Problema opcional [Mecânica], a resolver para classificações superiores a 17 valores) Um caçador com arco-e-flecha faz pontaria a um coelho, inicialmente a 10 m dele e que se afasta a 3,0 m/s. O caçador inclina o arco a 15° e flecha sai dele a 18 m/s. Calcule quanto tempo deve o caçador esperar até disparar a flecha, de forma a acertar em cheio no coelho.

FIM