

Nome:

CC/BI: N° de Estudante:

Curso: Turma:

Unidade Curricular: Matemática Finita Código: 21082

Data: Ano Lectivo: 2016/17

Docente: Maria João Oliveira Classificação:

O e-Fólio é uma prova TOTALMENTE individual. A suspeita fundamentada de cópia, ou de plágio, é motivo de anulação imediata do mesmo.

PARA A RESOLUÇÃO DO e-Fólio A, ACONSELHA-SE QUE:

- Imprima este documento (não necessariamente a cores) e preencha devidamente o cabeçalho do exemplar.
- O e-Fólio é composto por 6 grupos de questões, contém 3 páginas e termina com a palavra FIM. Responda às questões de escolha múltipla no espaço destinado a esse efeito. As suas respostas às restantes questões não devem ultrapassar 6 páginas.
- Escreva sempre com uma letra legível.
- Depois de ter realizado o e-Fólio produza um documento único em **formato PDF**, que inclua esta folha de rosto, a folha das escolhas múltiplas e as suas restantes respostas, e insira-o, na página moodle da unidade curricular, em “E-fólio A” até ao dia 9 de Abril.

CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO E COTAÇÃO:

- Com excepção das 3 questões de escolha múltipla, justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efectuar. Não será atribuída classificação a uma resposta não justificada.
- A cotação total deste e-Fólio é de 4 valores.
- Cada questão de escolha múltipla tem a cotação de 0.3 valor. Por cada resposta incorrecta será descontado 0.1 valor. É considerada errada uma questão com mais de uma resposta. A classificação mínima destas 3 questões é de 0 valores. A distribuição da cotação é a seguinte:

1-3	ERRADAS				
C	0	1	2	3	
E	0	0.0	0.0	0.0	0.0
R	1	0.3	0.2	0.1	
T	2	0.6	0.5		
AS	3	0.9			

4.	5.	6.
0.4 val.	0.7 val.	2.0 val.

Em cada questão de escolha múltipla são apresentadas quatro opções, das quais uma, e só uma, obedece às condições pedidas. Indique-a marcando \times no quadrado respectivo. Caso pretenda anular alguma resposta, escreva “Anulado” junto a essa resposta e indique, se for caso disso, a resposta que pretende que seja considerada.

1. Dados três dados, todos de cores diferentes, de quantas maneiras distintas podem sair os números 5 e 6?

a) 12

c) 72

b) 36

d) Nenhum dos valores anteriores

2. Num inquérito realizado aos eleitores que votaram nas duas últimas eleições, 25% votaram em ambas as eleições e 67% votaram nas últimas eleições¹. Relativamente às penúltimas eleições:

a) Houve uma menor afluência às urnas nas últimas eleições

b) A afluência às urnas foi igual nas duas eleições

c) Houve uma maior afluência às urnas nas últimas eleições

d) Os dados não são conclusivos

3. Sejam X e Y dois conjuntos finitos tais que $0 \leq \#Y < \#X$ e $f : X \rightarrow Y$ uma aplicação. Considere a afirmação seguinte:

“Não existe uma aplicação $g : Y \rightarrow Y$ tal que a aplicação composta $g \circ f$ é injectiva”

Relativamente a esta afirmação podemos afirmar:

a) A afirmação é falsa

b) A afirmação é verdadeira

c) Sem especificar a aplicação f é impossível dizer algo

d) Tudo depende do conjunto Y considerado

¹Os valores indicados são fictícios.

Justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efectuar.

4. Dados um conjunto X e um subconjunto $B \subseteq \mathbb{Q}$ não vazio, seja $f : B \times \mathbb{Q} \rightarrow X$ uma aplicação sobrejectiva. Mostre que o conjunto X é enumerável.
5. Considere todos os números maiores do que 666 e com 3 dígitos, tais que o algarismo das centenas é diferente do algarismo das unidades. Determine, justificando:
 - 5.1. Quantos números é que existem nestas condições e cujo algarismo das centenas é igual a 6.
 - 5.2. O número total de números nas condições do enunciado.
6.
 - 6.1. Por recurso ao método de indução matemática mostre que

$$\sum_{k=1}^n k^2 \binom{n}{k} = n(n+1)2^{n-2}.$$

6.2 Designando

$$R(n, j) := \sum_{k=0}^n k^j \binom{n}{k}, \quad j \geq 0,$$

prove que

$$R(n, 3) = nR(n-1, 2) + 2nR(n-1, 1) + nR(n-1, 0).$$

6.3 Determine o valor da soma

$$\sum_{k=0}^n k^3 \binom{n}{k}.$$

FIM