

U.C. 21157
Cálculo para Informática

24 de janeiro de 2018

- INSTRUÇÕES -

- A prova é composta por **5** grupos de questões e respectivas alíneas, contém 2 página(s) e termina com a palavra **FIM**.
- **Justifique convenientemente as suas respostas.** Respostas sem justificação não serão cotadas.
- Verifique o seu exemplar e, caso encontre alguma anomalia, dirija-se ao professor vigilante nos primeiros 15 minutos da prova, pois qualquer reclamação sobre defeito(s) de formatação e/ou de impressão não será aceite depois deste período.
- Todas as questões deverão ser respondidas no Caderno de Prova. Todos os cabeçalhos e espaços reservados à identificação, deverão ser preenchidos com letra legível. Utilize unicamente tinta azul ou preta.
- Não é permitido o uso de máquina de calcular.
- Não são permitidos quaisquer elementos de consulta.
- Verifique no momento da entrega da(s) folha(s) de ponto se todas as páginas estão rubricadas pelo vigilante. Caso necessite de mais do que uma folha de ponto, deverá numerá-las no canto superior direito.
- Não serão aceites folhas de ponto dobradas ou danificadas. Exclui-se, para efeitos de classificação, toda e qualquer resposta apresentada em folhas de rascunho.
- Tenha em atenção que a prova tem a duração máxima de **2 horas e 30 minutos**.

COTAÇÃO E CRITÉRIOS DE CORREÇÃO:

- Clareza, correção, completude e justificação das respostas;

| COTAÇÕES | | | | | | | | | | |
|-------------------------|-----|-------------------------|----|----|-------------------------|----|-------------------------|--|-------------------------|-----|
| 1. (4.5 valores) | | 2. (6.5 valores) | | | 3. (2.0 valores) | | 4. (4.5 valores) | | 5. (2.5 valores) | |
| a) | b) | a) | b) | c) | | a) | b) | | | |
| 2 | 2.5 | 2.5 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2.5 | | | 2.5 |

1. Calcule os seguintes limites:

(a)

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x^2 - 6x + 9) \sin(x)}{x - 3}$$

(b)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + x \sin(3x)}{3x^4 + 5}.$$

2. Considere a seguinte função

$$f : [-1, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$$
$$f(x) = \begin{cases} x^2 + \frac{1 - \cos(2x)}{\sin(x)} & x < 0 \\ 2x - \frac{2x}{x^2 + 1} + 1 & x \geq 0 \end{cases}$$

(a) Prove que f não é contínua no ponto $x = 0$.

(b) Diga, justificando, qual o valor lógico da seguinte proposição: A função f é diferenciável no ponto $x = 0$.

(c) Mostre que f é crescente no intervalo $]0, +\infty[$.

3. Sejam $a, b \in \mathbb{R}$ tais que $a < b$ e $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ uma função contínua. Diga, justificando, se a função

$$g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$$
$$g(x) = (f(x))^3 + \cos(e^x) + 3$$

é ou não limitada.

4. Determine a família de primitivas das seguintes funções reais de variável real:

(a) $e^{3x} + \sin(2x) + x^3$

(b) $\cos^2(x)$ (**Sugestão:** use integração por partes.)

5. Calcule a área do conjunto de pontos $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, cujas coordenadas satisfazem as seguintes condições

$$0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq \sin(\pi x) + x.$$

FIM