UAb

FÍSICA GERAL | 21048

ORIENTAÇÕES DE RESPOSTA

EXAME DE 1ª ÉPOCA

Ano letivo: 2020-21

Versão: 22-out-20

Q1

(a) No referencial da figura, os movimentos da pedra e do local onde a pedra virá a embater na camionete são dados respetivamente por (SI)

$$\begin{array}{c} x_p = v_0 \cos 60\, t \\ y_p = 3{,}0 + v_0 \sin 60\, t - \dfrac{1}{2} g t^2 \end{array} \quad , \quad \begin{array}{c} x_c = 30 + 1{,}5 - v_c t \\ y_c = 1{,}0 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} x_p = 6{,}0t \\ y_p = 3{,}0 + 6\sqrt{3}t - 4{,}9t^2 \end{array} \quad , \quad \begin{array}{c} x_c = 31{,}5 - v_c t \\ y_c = 1{,}0 \end{array}$$

Como o embate na caixa de carga se dá em y = 1,0 m, para saber o tempo de voo basta substituir este valor na equação para y_p:

$$1{,}0 = 3{,}0 + 6\sqrt{3}t - 4{,}9t^2 \Leftrightarrow \begin{array}{c} t = -1{,}776 \text{ s} \\ t = 2{,}298 \text{ s} \end{array}$$

A primeira solução é não-física, pelo que o tempo de voo é, a 2 AS, de 2,3 s.

(b) Durante os 2,3 s a pedra percorreu, segundo x, uma distância de $x_p = 6{,}0 \cdot 2{,}3 = 13{,}8\ \mathrm{m}$. No entretanto, a camioneta deslocou-se de tal forma que o ponto 31,5 m está agora em 13,8 m. Isto implica, da equação para x_c,

$$13{,}8 = 31{,}5 - v_c \cdot 2{,}3 \Leftrightarrow v_c = 7{,}70 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \quad \left(28 \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}\right)$$

(c) A altura máxima obtém-se determinando y_p quando a velocidade vertical se anula. A equação para a velocidade vertical é

$$v_{yp} = v_{0yp} - gt \rightarrow v_{yp} = 6\sqrt{3}t - 9{,}8t$$

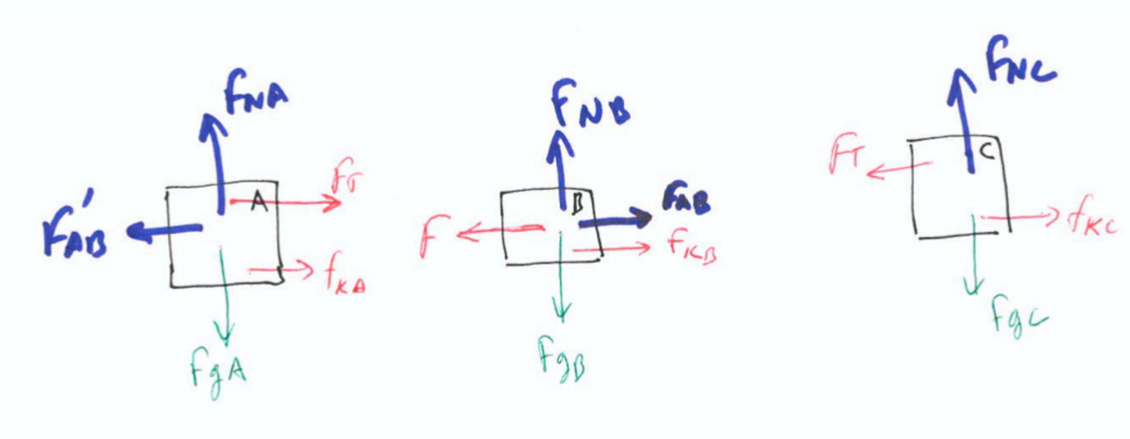
Substituindo v_{yp} = 0 temos t = 1,06 s. Ao fim deste tempo a pedra está em

$$y_p = 3{,}0 + 6\sqrt{3} \cdot 1{,}06 - 4{,}9 \cdot 1{,}06^2 \Leftrightarrow y_p = 8{,}510 \text{ m}$$

A 2 AS temos então altura máxima de 8,5 m.

Q2

(a) Em corpo livre temos



(b) Fazendo +x para a direita, a 2ª lei de Newton dá-nos

$$\begin{aligned} A&: -F_{AB} + F_T + f_{kA} = m_A a \\ B&: -F + F_{AB} + f_{kB} = m_B a \\ C&: -F_T + f_{kc} = m_C a \end{aligned}$$

Agora, notando que $f_k = \mu_k F_N$ e somando as três equações, temos

$$-F + \mu_k(m_A + m_B + m_C)g = (m_A + m_B + m_C)a$$

Substituindo valores, notando que a aceleração é negativa (o sistema desloca-se no sentido -x), vem

$$-25 + 0{,}12 \cdot (6{,}0 + m_C) \cdot 9{,}8 = (6{,}0 + m_C) \cdot (-1{,}4) \Leftrightarrow m_C = 3{,}7\ \text{kg}$$

(c) Substituindo p.ex. nas equações para B e C obtemos

$$-25 + F_{AB} + 0{,}12 \cdot 2{,}0 \cdot 9{,}8 = 2{,}0 \cdot (-1{,}4) \Leftrightarrow F_{AB} = 19{,}85\ \text{N} \quad (20\ \text{N})$$

$$-F_T + 0{,}12 \cdot 3{,}7 \cdot 9{,}8 = 3{,}7 \cdot (-1{,}4) \Leftrightarrow F_T = 9{,}531\ \text{N} \quad (9{,}5\ \text{N})$$

Q3

(a) Durante o voo anterior ao ressalto, a energia mecânica conserva-se. Dado que o movimento é segundo x e y, temos de dividir a energia cinética em duas partes, sendo que a energia cinética segundo x não se altera (v_x é constante). Sejam os pontos 1, 2, 3 respetivamente o solo, ponto mais alto antes do ressalto e ponto do ressalto. Fazendo h = 0 no solo, vem (notar que as massas se anulam)

$$E_{m1} = E_{m2} \rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 + 0 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}8{,}0^2 = \frac{1}{2}\left(\underbrace{v_x^2}_{(8{,}0\cos 60)^2} + \underbrace{v_{2y}^2}_{0}\right) + gh$$

$$\Leftrightarrow 32 = \frac{1}{2}4{,}0^2 + 9{,}8h \Leftrightarrow h = 2{,}449\ \mathrm{m}\quad (2{,}4\ \mathrm{m})$$

(b) A componente horizontal da velocidade já foi calculada acima e é 4,0 m/s. Como a situação é antes do ressalto, temos ainda conservação de energia mecânica e vem (novamente as massas anulam-se)

$$E_{m1} = E_{m3} \rightarrow 32 = \frac{1}{2}(4{,}0^2 + v_{3x}^2) + g \cdot 1{,}5 \Leftrightarrow v_{3x} = \pm 4{,}313\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\quad \left(-4{,}3\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)$$

Notar que v_y é negativa porque a bola vem a descer. Juntando as duas componentes temos

$$\vec{v}_3 = 4{,}0\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\hat{\mathbf{i}} - 4{,}3\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\hat{\mathbf{j}}$$

(c) Do enunciado, há uma perda de 2/3 de v_y no ressalto (i.e. restará 1/3). Ou seja, imediatamente após o ressalto temos

$$v_x = 4{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \quad , \qquad v_{3y} = \frac{1}{3} \cdot 4{,}313 = 1{,}438\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Do teorema de impulso-momento vem

$$\vec{I} = \Delta\vec{p} \Leftrightarrow \begin{matrix} I_x = p_{3fx} - p_{3ix} \\ I_y = p_{3fy} - p_{3iy} \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} I_x = mv_x - mv_x = 0 \\ I_y = mv_{3yf} - mv_{3yi} \end{matrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{matrix} I_x = 0 \\ I_y = m(1{,}438 - 4{,}313) = -2{,}875m \end{matrix}$$

O impulso por kg recebido foi, a 2AS, de -2,9 N.s/kg.

(d) Basta notar que o módulo da componente y da velocidade se reduziu, pelo que também a energia cinética se reduziu. Assim, havendo perda de energia mecânica, podemos concluir que o ressalto foi inelástico.

Q4

(a) Na fase de arranque a aceleração angular é de $\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{1200}{2,00} = 600\,\frac{\mathrm{rpm}}{\mathrm{s}}$ $\left(62,8\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}^2}\right)$. O momento de forças é então, da 2ª lei de Newton para a rotação,

$$\tau = I\alpha \rightarrow \tau = 0,00420 \cdot 62,8 = 0,265\ \mathrm{N.m}$$

(b) Na fase de velocidade angular constante, esta é de 1200 rpm, que, no SI, são 126 rad/s. A rapidez da ponta das pás é então

$$v = \omega R \rightarrow v = 126 \cdot 0,15 = 18,9\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

A aceleração normal é

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R \rightarrow a_n = 126^2 \cdot 0,15 = 2381,4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \quad \left(2380\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)$$

(c) Vamos precisar da aceleração angular para a fase de retardamento e do tempo até parar. A aceleração é de $\alpha = -160\,\frac{\mathrm{rpm}}{\mathrm{s}}$ $\left(-16,8\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}^2}\right)$ e o tempo de paragem $\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \rightarrow t = \frac{\Delta\omega}{\alpha} = \frac{1200\ \mathrm{rpm}}{160\ \mathrm{rpm/s}} = 7,50\ \mathrm{s}$

Calculando as rotações para as três fases do movimento, temos

Arranque: $\Delta\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \rightarrow \Delta\theta = 0 + \frac{1}{2}62,8 \cdot 2^2 = 126\ \mathrm{rad}$

ω constante: $\Delta\theta = \omega t \rightarrow \Delta\theta = 126 \cdot 3,00 = 378\ \mathrm{rad}$

Retardamento: $\Delta\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \rightarrow \Delta\theta = 126 \cdot 7,50 - \frac{1}{2}16,8 \cdot 7,5^2 = 473\ \mathrm{rad}$

Somando tudo temos

$$\Delta\theta = 977\ \mathrm{rad} \quad (155\ \mathrm{rot})$$

Q5

(a) Aplicando a 2ª lei de Newton temos, assumindo +x para a direita,

$$\sum F = ma \rightarrow ma = F - F_{\mathrm{arr}} \Leftrightarrow m\frac{dv}{dt} = 4{,}00t - t^2 - bv^2 \Leftrightarrow \frac{dv}{dt} = \frac{4{,}00t - t^2}{5{,}00} - \frac{b}{5{,}00}v^2$$

Notar o sinal oposto entre F e F_{arr}, derivado ao facto do arrasto se opor ao sentido de movimento.

(b) Heun:

t (s)	***v (m/s)***	***k1***	***k2***
0	0	0	0,6
1	0,3	0,564	0,5014016
2	0,8327008	0,52264375	-0,1347835
3	1,02663091	0,17841159	-0,580851
4	0,82541122	N/A	N/A

CRÉDITOS

Nuno Sousa, UAb