

**Investigação Operacional - 21076**

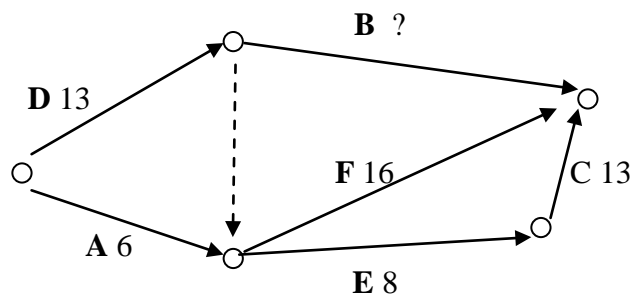
**E-FÓLIO B**

**Ano lectivo 2015/2016**

**Proposta de Resolução**

**I**

- a) Nesta questão pretende-se que o aluno trace a rede, indicando as atividades, durações e nós de acordo com o seguinte esquema:



- b) Em primeiro lugar deverá reconhecer que em função da duração da atividade B existem dois cenários possíveis.

Deve indicar os 2 Caminhos Críticos (C.C.) possíveis, em função da duração da atividade B e concluir:

- Se  $B > 21$  o C.C. é formado pelas atividades D e B.
- Se  $B < 21$  o C.C. é formado pelas atividades D, E e C
- Se  $B = 21$  existem dois caminhos críticos

O caminho Crítico é aquele a que corresponde a duração total máxima. Neste caso:

$$\text{DurTot} \sim \text{Máx} \{ \text{Dur(D)} + \text{Dur(B)} ; \text{Dur(D)} + \text{Dur(F)} ; \text{Dur(D)} + \text{Dur(E)} + \text{Dur(C)} \}$$

$$\text{Dur(D)+Dur(E)+Dur(C)} ; \text{ Dur(A)+Dur(F)} ; \text{ Dur(A)+Dur(E)+Dur(C)} \} = \\ = \text{Máx}\{13+ \text{Dur(B)}, 13+16, 13+8+13, 6+16, 6+8+13\} = \text{Máx}\{13+ \text{Dur(B)}, 34\}$$

Em função deste resultado, concluímos que caso:

- i)  $13+ \text{Dur(B)} = 34$  , ou seja  $\text{Dur(B)}=21$ , e deste modo temos 2 caminhos críticos.
- ii) Por outro lado, se  $13+ \text{Dur(B)} > 34$ , significa que  $\text{Dur(B)} > 21$  e portanto o caminho crítico é composto pelas atividades D e B.
- iii) Por último se  $13+ \text{Dur(B)} < 34$ , então  $\text{Dur(B)} < 21$  e nesse caso o caminho crítico é composto pelas actividades D, E e C.

c) A afirmação é falsa. A justificação deverá ser baseada no fato de por exemplo no caso em que a redução é de 6 ou 7 u.t. apenas é necessário reduzir uma atividade. Apenas no caso de reduções maiores que 8 u.t. implica a redução de pelo menos 2 atividades.

d) O aluno deverá caracterizar do ponto de vista estatístico a duração total do empreendimento.

$\text{DurTot}_{\text{PERT}} \sim \text{Dur(C.C.M.)} \sim \text{Dur(D)+Dur(E)+Dur(C)} \sim N(\mu, \sigma)$ , com  $\mu=29$  u.t. e

$$\sigma = \sqrt{(3,9)^2 + (2,4)^2 + (3,9)^2} = 6,01 \text{ u.t.}$$

Recorrendo à técnica PERT deverá determinar a probabilidade:

$$P(\text{Dur}_{\text{TOT}} > 40) = 1 - \Phi\left(\frac{40 - 34}{6,01}\right) = 1 - \Phi(0,998) = 1 - 0,8413 = 0,1587$$

(valor retirado da tabela da função de distribuição acumulada da distribuição Normal Reduzida).

Assim, a probabilidade pedida é de 15,87 %.

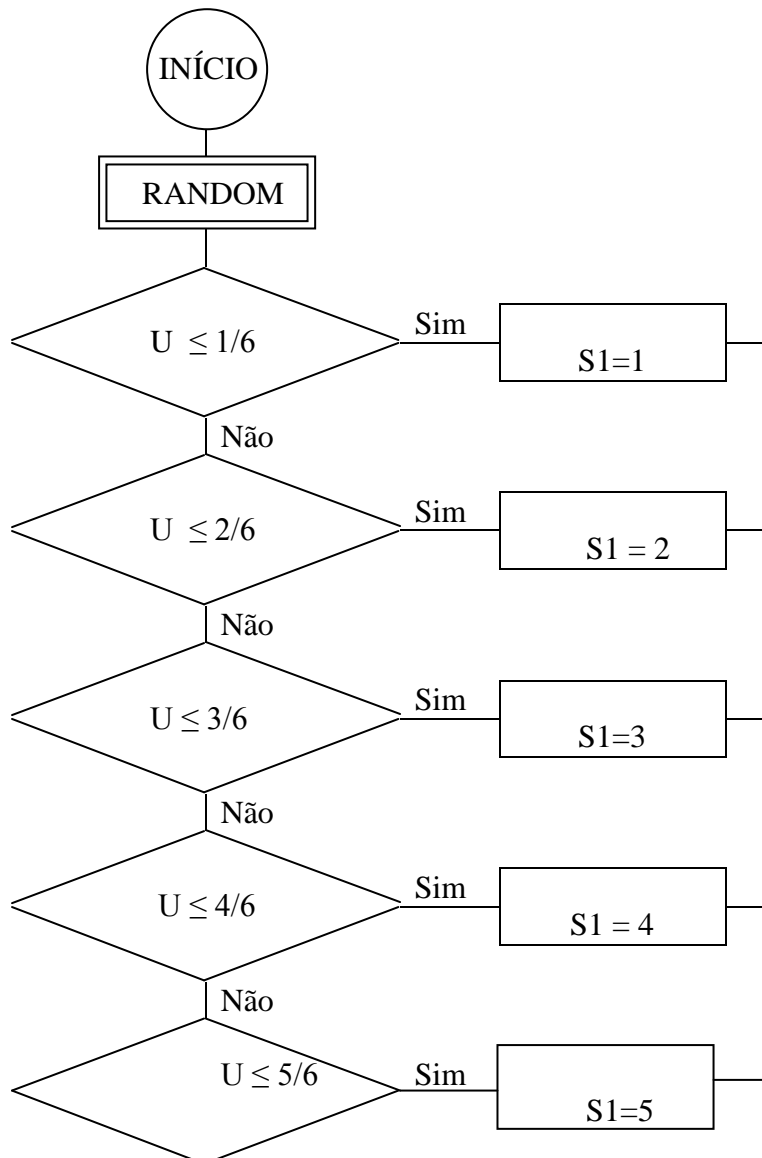
## II

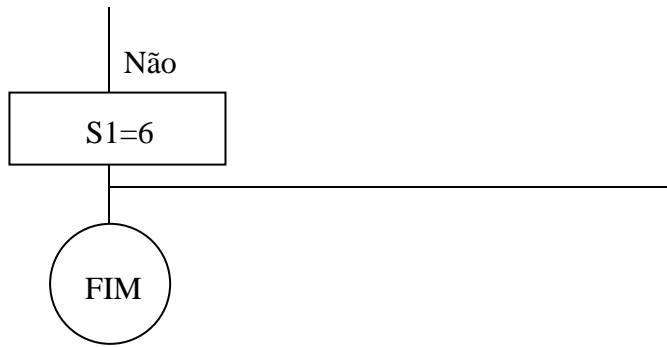
### a) Rotina JOGADA

Tendo em vista a construção da rotina Jogada, vamos começar por considerar a construção de duas sub-rotinas (LANCDADO1 e LANCDADO2) que simulem o lançamento de cada um dos dois dados e forneçam a face obtida em cada um.

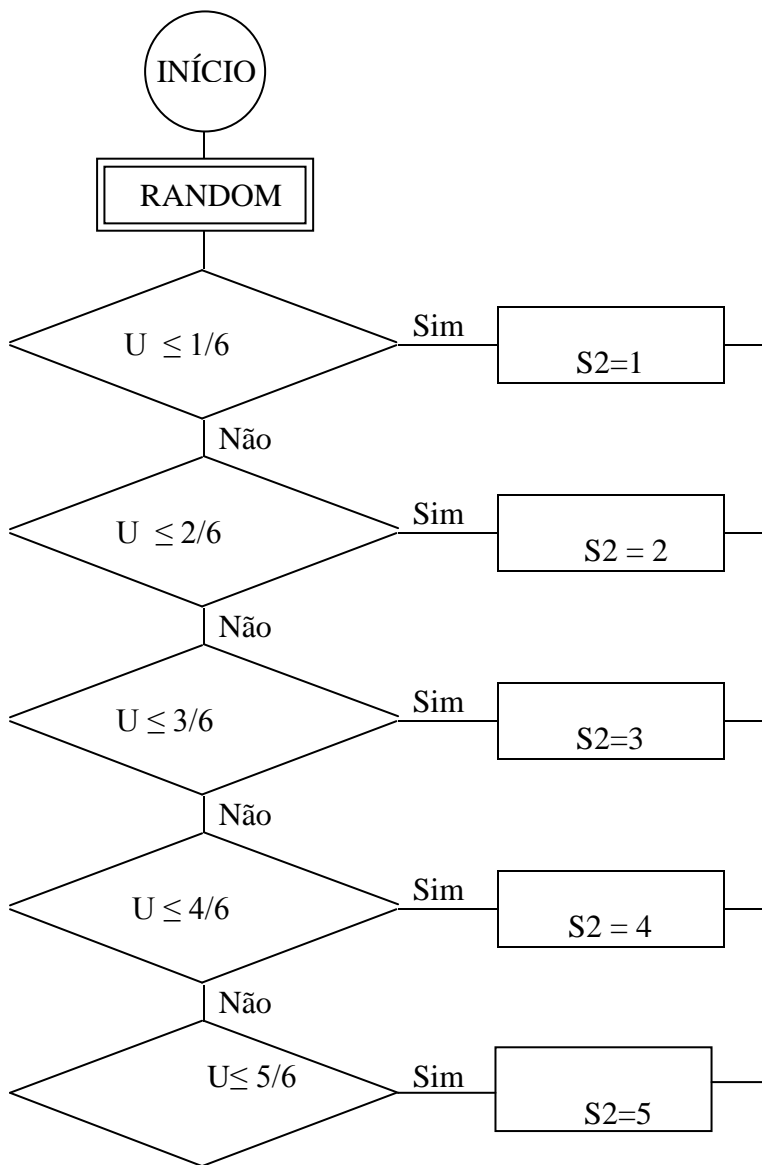
Em ambos os fluxogramas das rotinas seguintes, começa-se por gerar um NPA  $U[0;1]$   $u$ , através da evocação da rotina RANDOM. Se  $u \leq 1/6$ , então  $S_i = 1$ ; caso contrário, se  $u < 2/6$ ,  $S_i = 2$ ; caso contrário, se  $u \leq 3/6$ ,  $S_i = 3$ ; caso contrário, se  $u \leq 4/6$ ,  $S_i = 4$ ; caso contrário, se  $u \leq 5/6$ ,  $S_i = 5$ ; caso contrário  $S_i = 6$ ,  $i=1,2$ .

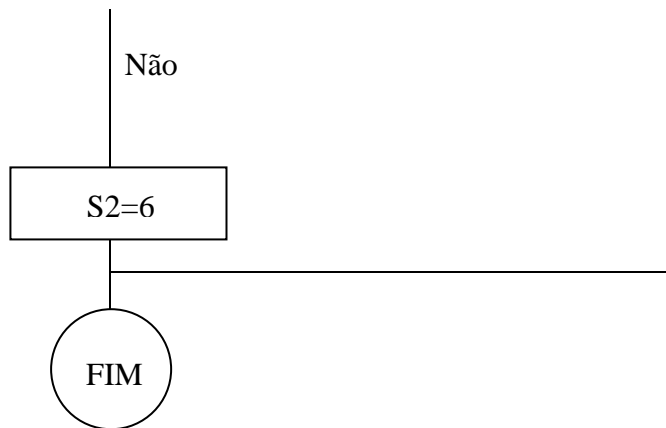
### Rotina LANCDADO1





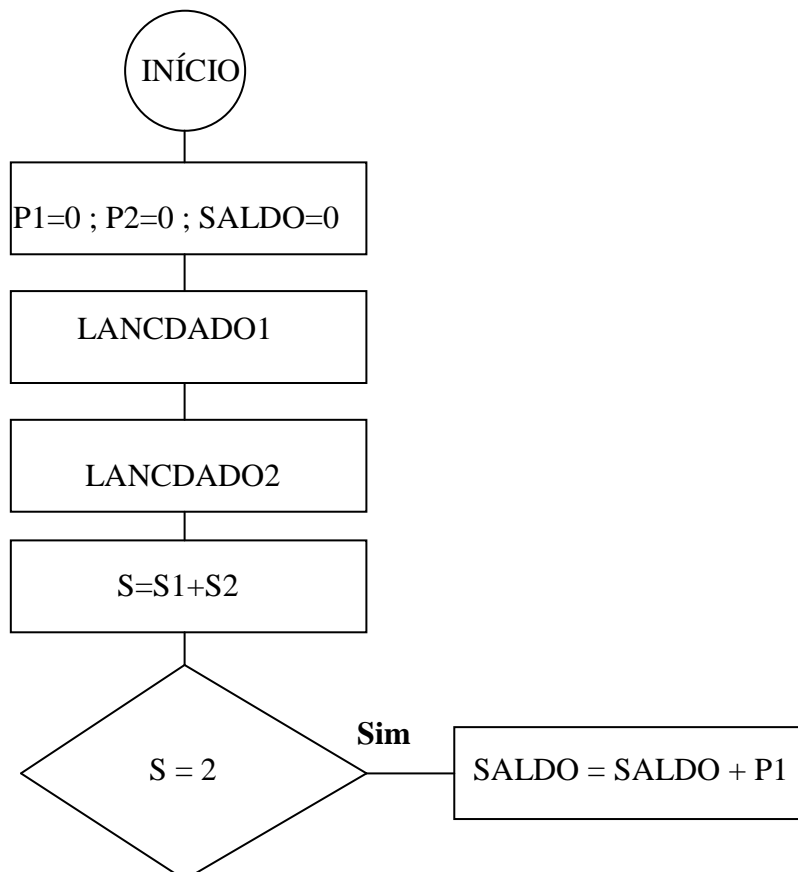
**Rotina LANCDADO2**

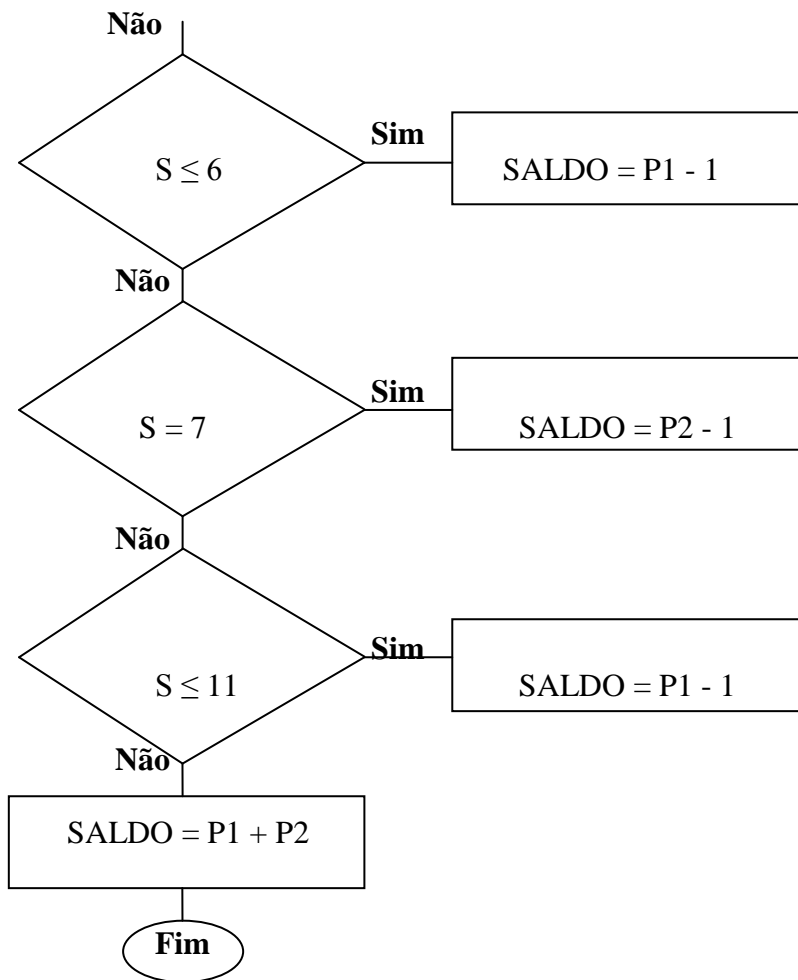




De seguida, a rotina JOGADA que utiliza as sub-rotinas anteriores, tendo em vista a simulação do resultado (saldo existente) quando se concretiza uma jogada.

### Rotina JOGADA





Outra forma mais eficiente de obter a rotina JOGADA, seria considerar em primeiro lugar todas as combinações de saídas de faces possíveis:

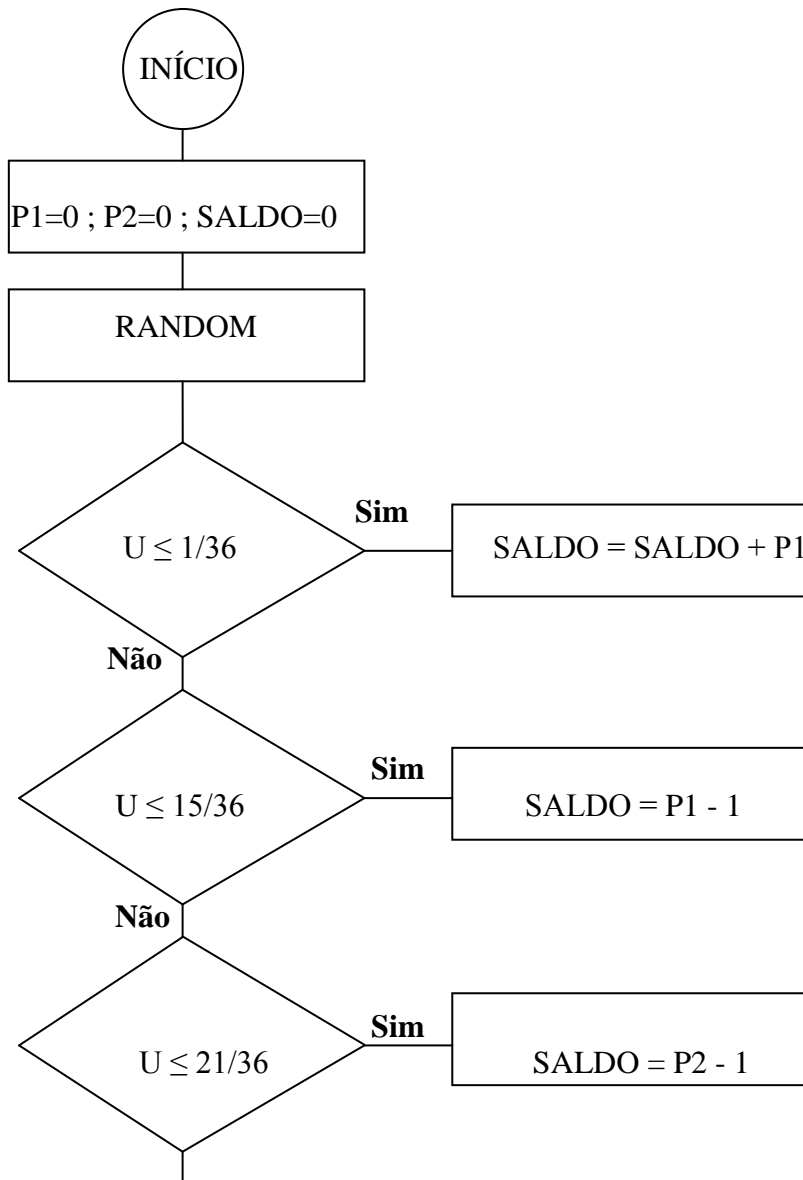
		Face Dado 2					
		1	2	3	4	5	6
Face Dado 1	1	2	3	4	5	6	7
	2	3	4	5	6	7	8
	3	4	5	6	7	8	9
	4	5	6	7	8	9	10
	5	6	7	8	9	10	11
	6	7	8	9	10	11	12

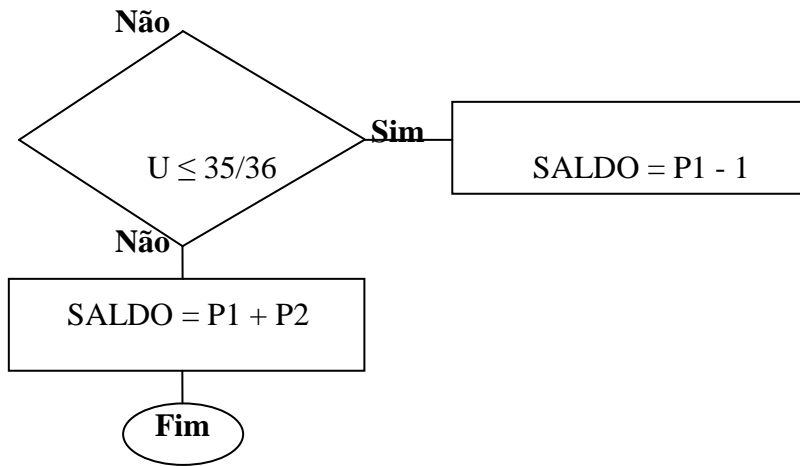
De seguida obtemos a função de probabilidade (P) e a função distribuição acumulada (F), associadas, onde S representa a soma das duas faces saídas:

k	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
P(X=k)	1/36	2/36	3/36	4/36	5/36	6/36	5/36	4/36	3/36	2/36	1/36
F(X≤k)	1/36	3/36	6/36	10/36	15/36	21/36	26/36	30/36	33/36	35/36	1
S	S=2	3 ≤ S ≤ 6				S=7	8 ≤ S ≤ 11				S=12

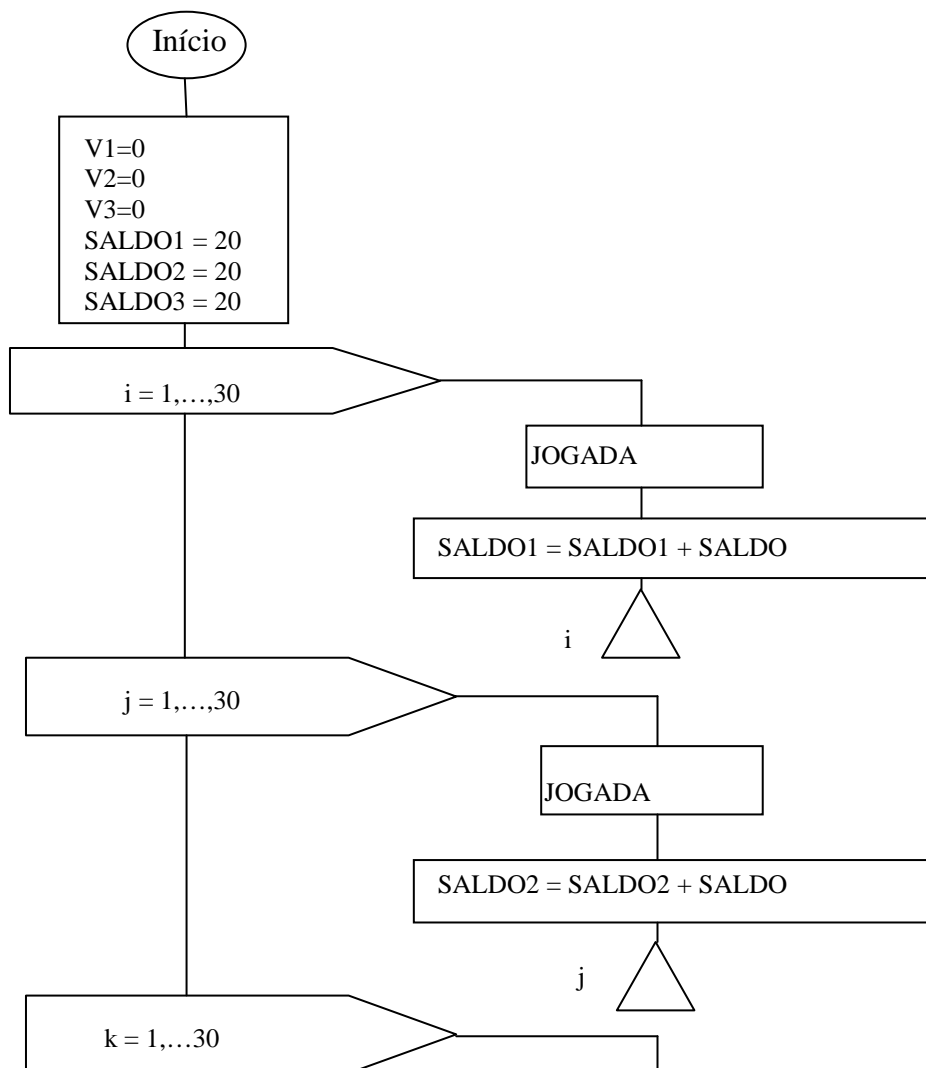
Obtendo-se o seguinte fluxograma para a rotina:

### Rotina JOGADA

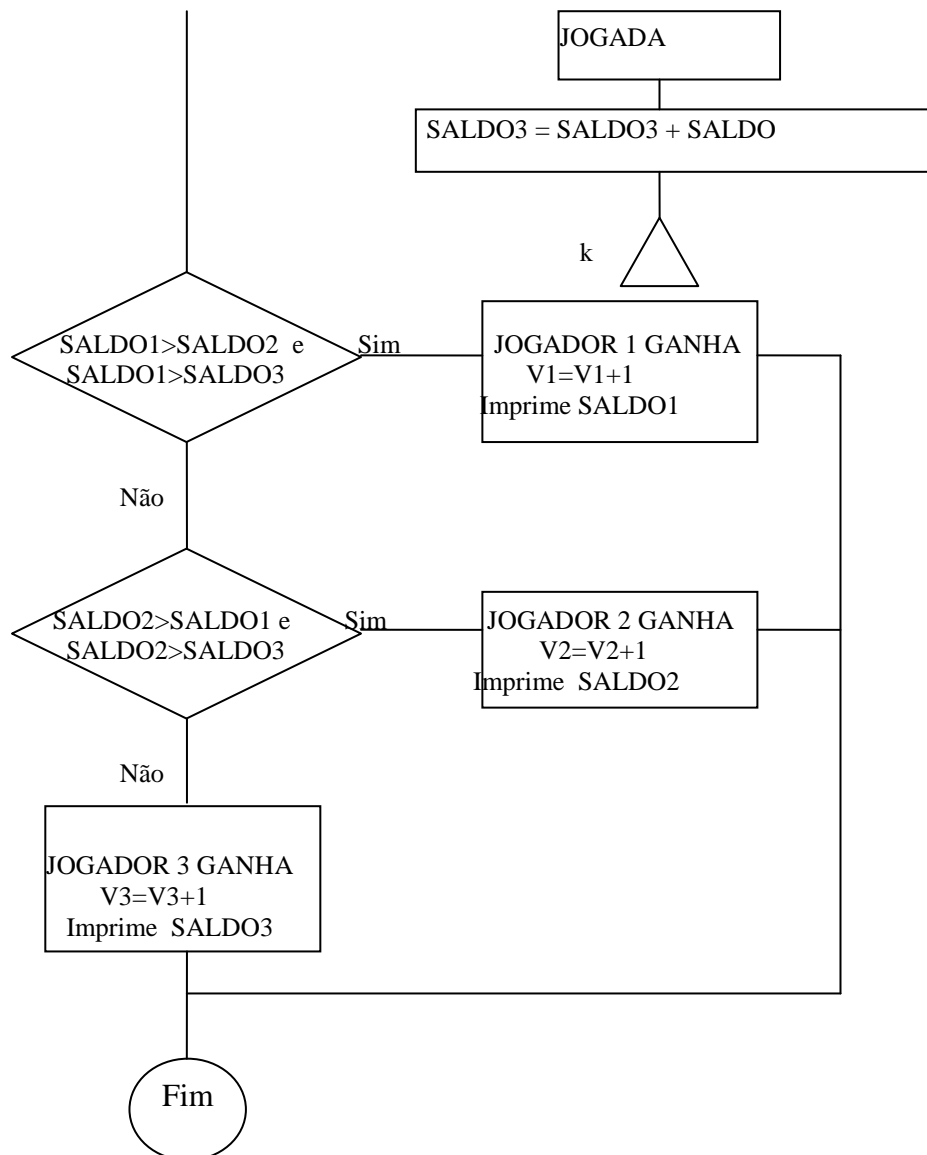




**b) Rotina GANHA**



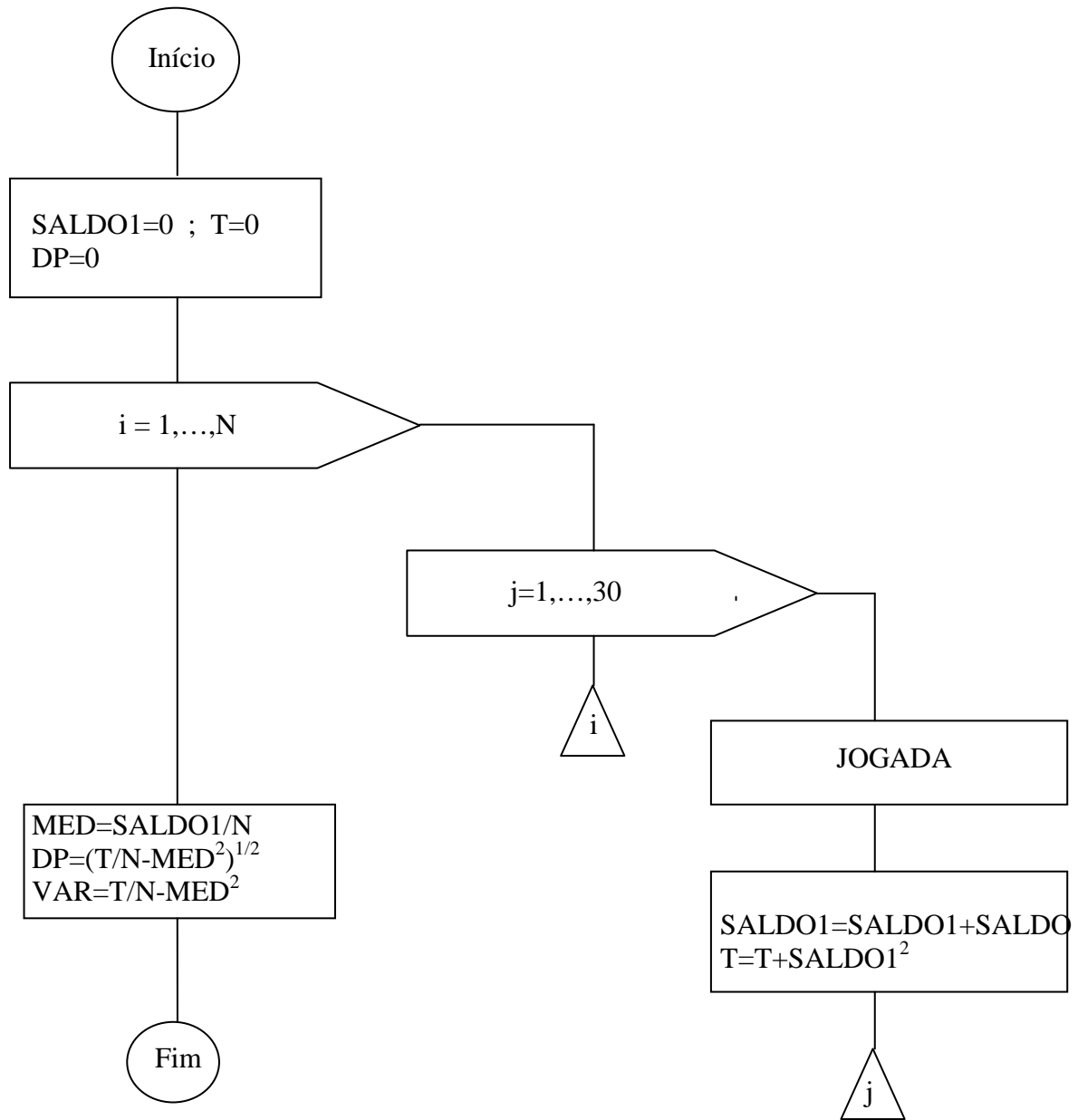




**c) Modelo de simulação (estudo da distribuição do saldo associado a este jogo)**

Neste ponto pretende-se no essencial, que o aluno elabore uma rotina que permita a simulação de um número suficientemente grande de jogos (cada jogo corresponde a 30 jogadas) efetuadas por um jogador. Com base nas simulações efetuadas, deve no mínimo, indicar o procedimento de cálculo de algumas medidas associadas à variável Saldo, como a média, a variância/desvio padrão, tendo em vista a caracterização da distribuição dessa variável.

Esquemáticamente o modelo pode ser representado no fluxograma seguinte:



**FIM**