

**U.C. 21175**  
**Análise Infinitesimal**  
**14 de julho de 2020**

**- INSTRUÇÕES -**

- A prova é composta por **5** grupos de questões e respectivas alíneas, contém 2 página(s) e termina com a palavra **FIM**.
- **Justifique convenientemente as suas respostas.** Respostas sem justificação não serão cotadas.
- Verifique o seu exemplar e, caso encontre alguma anomalia, dirija-se ao professor vigilante nos primeiros 15 minutos da prova, pois qualquer reclamação sobre defeito(s) de formatação e/ou de impressão não será aceite depois deste período.
- Todas as questões deverão ser respondidas no Caderno de Prova. Todos os cabeçalhos e espaços reservados à identificação, deverão ser preenchidos com letra legível. Utilize unicamente tinta azul ou preta.
- Não é permitido o uso de máquina de calcular.
- Não são permitidos quaisquer elementos de consulta.
- Verifique no momento da entrega da(s) folha(s) de ponto se todas as páginas estão rubricadas pelo vigilante. Caso necessite de mais do que uma folha de ponto, deverá numerá-las no canto superior direito.
- Não serão aceites folhas de ponto dobradas ou danificadas. Exclui-se, para efeitos de classificação, toda e qualquer resposta apresentada em folhas de rascunho.
- Tenha em atenção que a prova tem a duração máxima de **2 horas e 30 minutos**.

**COTAÇÃO E CRITÉRIOS DE CORREÇÃO:**

- Clareza, correção, completude e justificação das respostas;

<b>COTAÇÕES</b>							
<b>1. (5 valores)</b>		<b>2. (4 valores)</b>		<b>3. (3 valores)</b>	<b>4. (5 valores)</b>		<b>5. (3 valores)</b>
a)	b)	a)	b)		a)	b)	
2.5	2.5	2	2	3	2.5	2.5	3

1. Calcule os seguintes limites:

(a)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^4 + e^{-2x} \sin(5x)}{x^4 + 3}.$$

(b)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1) \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)}{x^3 - x^2 - x + 1}.$$

2. Considere a seguinte função

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$
$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{x+1} + x + 1}{x^2 + 1} & x < 0 \\ x^2 - x \sin(\pi x) + 2 & x \geq 0 \end{cases}$$

(a) Estude a continuidade de  $f$ .

(b) A função  $f$  é diferenciável no ponto  $x = 0$ ? Justifique.

3. Sejam  $a, b \in \mathbb{R}$  tais que  $a < b$  e  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  uma função duas vezes diferenciável em  $]a, b[$  tal que  $f(b) > f(a)$ . Suponha que existe  $c \in ]a, b[$  tal que  $f'(c) < 0$ . Prove que a função derivada de  $f$ ,  $f'$  tem pelo menos uma raiz no intervalo  $[a, b]$ .

4. Determine a família de primitivas das seguintes funções reais de variável real:

(a)  $x e^{x^2+1} + \cos(5x) - x^3$ .

(b)  $(3x + 5)e^{-3x}$ .

5. Calcule a área do conjunto de pontos  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ , cujas coordenadas satisfazem as seguintes condições

$$0 \leq x \leq 4, \quad 0 \leq y \leq \cos(4\pi x) + 2(x+1) + e^{-x}.$$

FIM