

Categoria: Exame

- 1) b)
- 2) a)
- 3) d)
- 4) b)

P-fólio 3 valores

- 1) b)
- 2) a)
- 3) d)

4 valores

errados  
-1/3

5.2) 1,6 valores

4.1 do p-fólio

1,6 valores

Identificar  $\neg, F, \varnothing$

#  $\neg = 5 \rightarrow$  Permutar:  $5!$

#  $F = 3 \rightarrow$  " :  $3!$

#  $\varnothing = 2 \rightarrow$  " :  $2!$

0,3 to, 3 to, 3

Permutar  $\neg, F, \varnothing \rightarrow 3!$

0,4

Obter  $3! \times (5! \times 3! \times 2!)$

0,3

com resposta final

5.4) 1,6 valores

Não existe no p-fólio

#  $(\neg \cup F \cup \varnothing) = 10 \rightarrow$  Permutar:  $10!$

Resposta: 0,6

Justificar: 1,0

5.3) 1,6 valores

4.2 do P-fólio

1,6 valores

Por computador

Passar ao computador 0,1

Permutar 1 slow + 8 livros 0,6

Permutar no slow  $\varnothing$  0,3

Nº total de permut - slow juntos 0,5

Resposta 0,1

$$10! - 2 \times 9! = 8 \times 9!$$

Debate

Permutar 8 livros restantes 0,1

Encontrar com pontos 1,3

Cálculo final 0,2

Ex 6) 1,5 valores

$$\left. \begin{aligned} 2+2 &= 2 \times 119 + 34 \\ 119 &= 3 \times 34 + 17 \\ 34 &= 2 \times 17 + 0 \end{aligned} \right\} 0,7$$

Pelo m. Euclides

$$\text{mdc}(2+2, 119) = \text{mdc}(119, 34) = \text{mdc}(34, 17) = 17 \quad ] 0,8$$

Ex 5 do P-filtro  
1,5 valores

Ex 7) 1,5 valores

Não existe no p-filtro

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^n \binom{n}{k}^2 &= \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \binom{n}{k} && 0,4 \\ &= \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \binom{n}{n-k} && \text{Pelo Lem de simetria } 0,4 + 0,1 \\ &= \sum_{k=0}^n \binom{n+k}{n} && \text{Pelo Convólup de Vandermonde } 0,3 + 0,2 \\ &= \binom{2n}{n} && 0,1 \end{aligned}$$

Ex 8.1) 2,4 valores

Não existe no P-filtro

Base : 0,5

Identificam Hip Zuel : 0,3

Identificam Tese Zuel : 0,3

Dem:  $(n+1)^2 - (n+1) = \dots = (n^2 - n) + 2n$  0,3

Por HI existe  $k_1 \in \mathbb{Z}$  tq  $n^2 - n = 2k_1$  0,3

Assim:  $(n+1)^2 - (n+1) = (n^2 - n) + 2n = 2k_1 + 2n = 2(k_1 + n)$  0,15  
onde  $k_1 + n \in \mathbb{Z}$   
0,05

Logo  $2 \mid (n+1)^2 - (n+1)$  0,3

Conclusão : 0,2

Ex 8.2

0, 8 valores

Processos que tem que apresentar entre - exemplo 0,2  
Contra-exemplo 0,6

não existe no p-filho

Ex 9.1

2 valores

$$p(t) = t^2 - 10t + 21 \quad 0,8$$

$$p(t) = 0 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow t = 7 \vee t = 3 \quad ] \quad 1,1 \quad \rightarrow \quad 0,9$$

$$\text{Raízes do pol. caract. } R = \{3, 7\} \quad ] \quad 0,1 \quad \rightarrow \quad 0,1$$

Ex 6.1 do P-filho 1,8 valores

como no p-filho

0,8

0,9

0,1

Ex 9.2

2 valores

$$a_n = \alpha 3^n + \beta 7^n \quad 0,5$$

$$\left. \begin{array}{l} n=0 \Rightarrow a_0 = \alpha 3^0 + \beta 7^0 = 0 \\ n=1 \Rightarrow a_1 = \alpha 3^1 + \beta 7^1 = 4 \end{array} \right] \quad 0,6$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha + \beta = 0 \\ 3\alpha + 7\beta = 4 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \alpha = -1 \\ \beta = 1 \end{array} \right. \quad ] \quad 0,6 \quad \rightarrow \quad 0,5$$

$$\text{Logo } x_n = -3^n + 7^n, \quad n \in \mathbb{N} \quad ] \quad 0,3 \quad \rightarrow \quad 0,3$$

Ex 6.2 do P-filho

como no p-filho 1,8 valores

0,4

0,6

0,5

0,3

Ex 9.3

1 valor

Identifica que 3 é n.º primo, logo mostra  
que  $\text{mdc}(a_n, 3) = 1$  equivale a mostrar que  
 $3 \nmid a_n$ . ] 0,1  $\rightarrow$  0,1

Verifica por absurdo:  
Supor que  $3 \mid 7^n - 3^n$  ] 0,7  $\rightarrow$  0,5  
o que absurdo

Conclui ] 0,2  $\rightarrow$  0,1

Ex 6.3 do P-filho 0,7 val

como no p-filho