

Grupo I – Gráficos Raster**1. Desenho de Segmentos de Recta**

Seja o segmento de recta que se pretende representar num ecrã *raster*. Calcule os pontos a activar no ecrã empregando o algoritmo do ponto médio simplificado (sem fracções). Apresente todos os cálculos e uma representação gráfica.

$$[(x_1, y_1), (x_2, y_2)] = [(1, 0), (5, 2)]$$

R:

Este algoritmo faz uso da equação universal da recta definida por $F(x, y) = ax + by + c$ em que resulta em valor zero quando o ponto (x_i, y_i) faz parte da recta, positivo se estiver por cima (na direcção do eixo y , x) e negativo, caso contrário. Em cada passo do algoritmo vamos verificar o valor da função $F(x, y)$ relativamente ao ponto médio M entre NE e E . Se o valor for negativo, quer dizer que E está mais próximo do segmento de recta, sendo o escolhido. Caso contrário será escolhido NE . Se a função resultar em valor zero informa-nos que o segmento de recta passa exactamente entre E e NE , sendo que o ponto M faz parte do mesmo.

Em cada passo do algoritmo apenas temos de calcular o sinal do valor da função em $(x_{p+1}, y_p + \frac{1}{2})$

A fórmula simplificada do algoritmo (para eliminar fracções resultantes do incremento de y por $\frac{1}{2}$) é a seguinte:

$$d_{start} = 2dy - dx$$

Se $d_p < 0$ então escolhemos E e $d_{p+1} = d_p + 2dy$

Se $d_p > 0$ então escolhemos NE e $d_{p+1} = d_p + 2(dy - dx)$

Se $d_p = 0$ podemos escolher E ou NE .

Onde d_p nos retorna o valor da função no passo p .

Segmento $[(1, 0), (5, 2)]$

$$dy = 2 - 0 = 2; dx = 5 - 1 = 4$$

Nota: é preciso verificar em que octante se encontra o segmento de recta para verificar qual das coordenadas evolui mais rapidamente, se x ou y , e se vamos incrementar ou decrementar durante a execução do algoritmo. Neste caso temos que $dx > dy$ e ambos são valores positivos, logo está no 1º octante. Ordenada x incrementa mais rapidamente.

$$d_{start} = 2dy - dx = 2(2) - 4 = 0 = 0$$

Ponto de partida a activar:

$$(x_0, y_0) = (1, 0)$$

Incrementamos pela coordenada x

$$x_1 = x_0 + 1 = 1 + 1 = 2;$$

$$E = y_0 = 0; \text{ e } NE = y_0 + 1 = 0 + 1 = 1;$$

$$d_{start} = d_1 = 0$$

Sendo d zero é indiferente a escolha de candidatos E ou NE pois o segmento de recta é equidistante de ambos. Escolhemos o candidato E ficando então $y_1 = E = 0$ pelo que temos o segundo ponto a activar calculado:

$$(x_1, y_1) = (2, 0)$$

$$x_2 = x_1 + 1 = 2 + 1 = 3;$$

$$E = y_1 = 0; \text{ e } NE = y_1 + 1 = 0 + 1 = 1;$$

$$d_2 = d_1 + 2dy = 0 + 2(2) = 2$$

Sendo d positivo escolhemos o candidato NE ficando $y_2 = NE = 1$ e o ponto a activar é

$$(x_2, y_2) = (3, 1)$$

$$x_3 = x_2 + 1 = 3 + 1 = 4;$$

$$E = y_2 = 1; \text{ e } NE = y_2 + 1 = 1 + 1 = 2;$$

$$d_3 = d_2 + 2(dy - dx) = 2 + 2(2 - 4) = 2 + 4 - 6 = 0$$

Sendo d zero escolhemos qualquer um dos candidatos. Escolhemos candidato E ficando então $y_3 = E = 1$ pelo que temos o próximo ponto a activar calculado:

$$(x_3, y_3) = (4, 1)$$

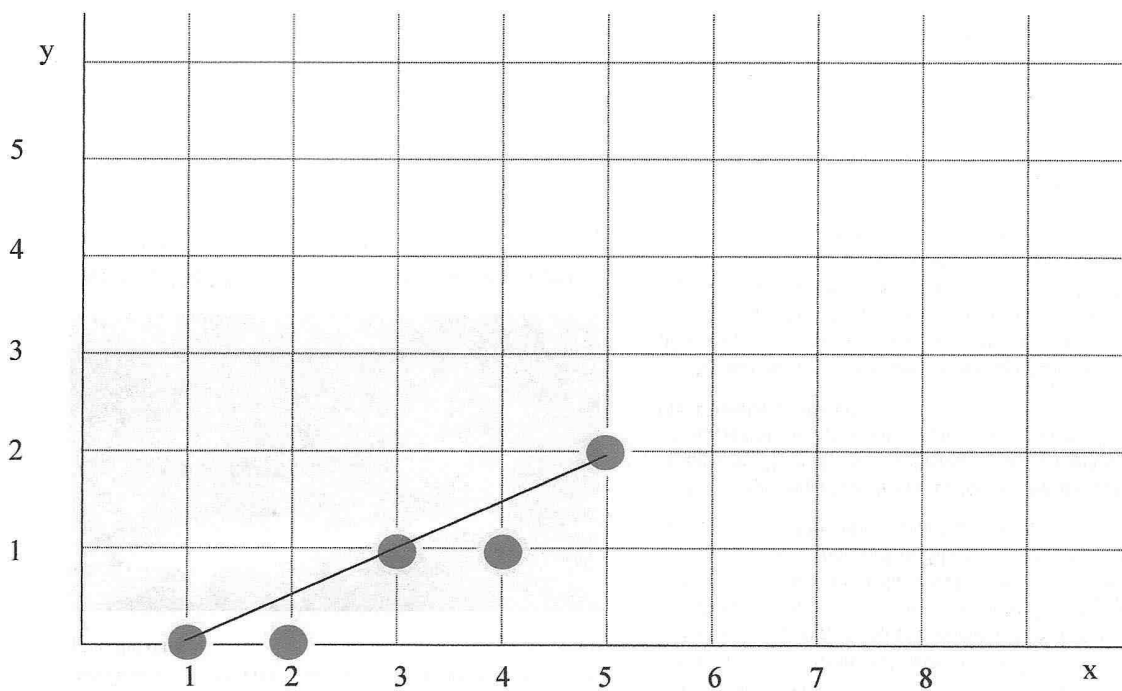
$$x_4 = x_3 + 1 = 4 + 1 = 5;$$

$$E = y_3 = 1; \text{ e } NE = y_3 + 1 = 1 + 1 = 2;$$

$$d_4 = d_3 + 2dy = 0 + 2(2) = 4$$

Sendo d positivo escolhemos o candidato NE ficando então $y_4 = NE = 2$ pelo que temos o próximo e último ponto a activar calculado:

$$(x_4, y_4) = (5, 2)$$



2. Desenho de Arcos de Circunferência

Seja o arco de circunferência que se pretende representar num ecrã *raster*. Calcule os pontos a activar no ecrã empregando o algoritmo do ponto médio simplificado. Apresente todos os cálculos e uma representação gráfica.

$$\widehat{\text{Arco}} = 90^\circ \text{ a } 45^\circ \text{ e Raio} = 4$$

R:

Temos de calcular os seguintes pontos a activar no ecrã:

$$[(0, R), (R \cdot \cos(45^\circ), R \cdot \sin(45^\circ))], R = 4$$

Ou seja, basta calcular os pontos entre $x = 0$ e $x = \frac{R}{\sqrt{2}}$.

Vamos trabalhar com a equação universal da circunferência do tipo $F(x, y) = x^2 + y^2 - R^2$ sendo que a função devolve valor positivo se o ponto testado estiver fora da circunferência, negativo se estiver dentro e zero de pertencer à mesma.

Vamos incrementar x de 0 até ao inteiro que seja menor ou igual a $\frac{R}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}}$. E considerar o ponto médio M que se encontra entre os candidatos E e SE tais que $E = y_p$ e $SE = y_p - 1$ e $M = y_p - \frac{1}{2}$.

Tendo em conta o arco dado, temos que $F(x, y) = x^2 + y^2 - 16$

Em cada passo do algoritmo apenas temos de calcular o sinal do valor da função em $(x_{p+1}, y_p + \frac{1}{2})$

A fórmula simplificada do algoritmo é a seguinte:

$$d_{start} = \frac{5}{4} - R$$

Se $d_p < 0$ então escolhemos E e $d_{p+1} = d_p + (2x_p + 3)$

Se $d_p > 0$ então escolhemos SE e $d_{p+1} = d_p + (2x_p - 2y_p + 5)$

Se $d_p = 0$ podemos escolher E ou NE .

Onde d_p nos retorna o valor da função no passo p .

Veja-se que o incremento da função depende do ponto anterior (x_p, y_p) e não é de todo possível eliminar elementos fraccionais.

Iniciamos a iteração do algoritmo com o ponto de partida, notado por $[(x_0, y_0) = (0, R)]$ e

$$d_{start} = \frac{5}{4} - R = \frac{5}{4} - 4 = \frac{5-16}{4} = -\frac{11}{4}$$

E = candidato em que y não decrementa

SE = candidato em que y decrementa (ver figura das transparências de apoio página 22)

A iteração termina quando $x \geq \frac{R}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} \cong 2,83$ ou seja, quando $x = 3$.

Iterações:

Ponto de partida a activar:

$$(x_0, y_0) = (0, 4)$$

Incrementamos pela coordenada x

$$x_1 = x_0 + 1 = 0 + 1 = 1;$$

$$E = y_0 = 4; \text{ e } SE = y_0 - 1 = 4 - 1 = 3;$$

$$d_1 = d_{start} = -\frac{11}{4}$$

Sendo d negativo escolhemos candidato E ficando então $y_1 = E = 4$ pelo que temos o seguinte ponto a activar:

$$(x_1, y_1) = (1, 4)$$

$$x_2 = x_1 + 1 = 1 + 1 = 2;$$

$$E = y_1 = 4; \text{ e } SE = y_1 - 4 = 4 - 1 = 3;$$

$$d_2 = d_1 + (2x_1 + 3) = -\frac{11}{4} + 2(1) + 3 = -\frac{11}{4} + 5 = \frac{-11+20}{4} = \frac{9}{4}$$

Sendo d positivo escolhemos candidato SE ficando então $y_2 = SE = 3$ pelo que temos o seguinte ponto a activar:

$$(x_2, y_2) = (2, 3)$$

$$x_3 = x_2 + 1 = 2 + 1 = 3;$$

$$E = y_2 = 3; \text{ e } SE = y_2 - 1 = 3 - 1 = 2;$$

$$d_3 = d_2 + (2x_2 - 2y_2 + 5) = \frac{9}{4} + 2(2) - 2(3) + 5 = -\frac{11}{4} + 3 = \frac{-11+12}{4} = \frac{1}{4}$$

Sendo d positivo escolhemos candidato SE ficando então $y_3 = SE = 2$ pelo que temos o seguinte ponto a activar:

$$(x_3, y_3) = (3, 2)$$

Termina aqui a iteração porque $x_3 = 3$ é maior que $\frac{4}{\sqrt{2}}$

