E-fólio **Global** | Instruções para a realização do E-fólio

Geometria — 21165

Período de Realização
Consultar os prazos de entrega indicados pelos serviços

Objetivos
O e-fólio global cobre potencialmente a totalidade da matéria lecionada.
A prova é composta por 3 questões, contém 2 páginas e termina com a palavra **FIM**.

Recursos
A prova é individual, com consulta bibliográfica livre.

Critérios de Avaliação e cotação
Todas as respostas devem ser justificadas, salvo instrução em contrário. Respostas não devidamente justificadas são inválidas e terão cotação zero.
Todas as questões têm a mesma cotação, somando um total de 12 valores.

Normas as respeitar
Deve redigir o seu E-fólio na Folha de Resolução disponibilizada e preencher os dados do cabeçalho. A prova deve ser entregue como um único ficheiro pdf, que não deve ultrapassar os 8 megabytes. Não são aceites outros formatos.
O nome do ficheiro deve ser: número de estudante seguido do seu apelido, seguido de EfolioG. Exemplo: 00000AraujoEfolioG.pdf
Utilize letra legível, se a prova for manuscrita. Atente à qualidade e legibilidade da digitalização.
No ato da entrega, assegure a integridade do ficheiro. Ficheiros que não abrem não podem ser corrigidos. Deve carregar o ficheiro para a plataforma no dispositivo disponibilizado para o efeito, até à data e hora limite de entrega. Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas técnicos.

Votos de bom trabalho!

António Araújo

Justifique todas as respostas.

Problema 1. Considere o plano de incidência $\mathcal{D}$ em que o conjunto dos pontos é $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 1\}$ e as linhas são as intersecções das linhas ordinárias de $\mathbb{R}^2$ com D.

a) Dado um ponto $P \in D$ e uma linha l de $\mathcal{D}$ tal que $P \notin l$, descreva com um formalismo adequado o conjunto das linhas de $\mathcal{D}$ que são paralelas a l e passam por P. Ilustre a descrição com um diagrama. Classifique $\mathcal{D}$ quanto ao paralelismo.

b) Concretize a questão anterior, descrevendo o conjunto das linhas paralelas à linha l definida pela condição $y = -1/2$ que passam no ponto $P = (0,0)$.

Problema 2. Recorde que o modelo Pombalino consiste dos pontos e rectas usuais de $\mathbb{R}^2$ com a distância $d_P((x_1,y_1),(x_2,y_2)) = |x_2 - x_1| + |y_2 - y_1|$.

a) Defina adequadamente o que é uma elipse nesse modelo. Determine e desenhe a elipse pombalina que tem como focos os pontos $P = (0,0)$ e $Q = (5,1)$, e que passa pelo ponto $R = (-2,0)$.

b) Diga, justificando, se é verdade que três pontos não-colineares A, B, C determinam uma única circunferência Pombalina, isto é, se existe uma única circunferência Pombalina que passa por A, B, C.

Problema 3. Recorde as definições de distância e medição de ângulos no plano de Moulton (ver apêndice a esta prova).

Diga, justificando, se a seguinte proposição é válida no plano de Moulton:

Sejam l, r, s linhas distintas do plano de Moulton, sendo que l intersecta r e s. Se r e s são paralelas então $m_M(r,l) = m_M(s,l)$.

FIM

Apêndice: distância e ângulos no plano de Moulton

Existe uma função distância d_M e uma medição angular m_M tais que o plano de Moulton (ver página 20 do manual), munido de d_M e m_M verifica os axiomas $A_1 - A_8$. Vamos definir d_M e m_M:

Sejam d_E a distância do plano cartesiano real, m_E a medida angular Euclideana.

Definimos d_M assim:

$d_M(P,Q) = d_E(P,Q)$ se P e Q têm abcissas nulas ou do mesmo sinal, ou uma nula e outra não nula.

$d_M(P,Q) = d_E(P,R) + d_E(R,Q)$ se P e Q têm abcissas de sinal contrário, onde R é o único ponto em que $\overleftrightarrow{PQ}$ corta o eixo das ordenadas.

Quanto à medida angular m_M, definimo-la assim:

Sejam $A = (x_A, y_A), B = (x_B, y_B), C = (x_C, y_C)$ três pontos do plano de Moulton.

Se B não pertence ao eixo dos ys, então $m_M(\angle ABC) = m_E(\angle A'BC')$ onde A', C' são pontos incidentes com as semirectas do plano de Moulton $\overrightarrow{BA}$ e $\overrightarrow{BC}$ respectivamente e tais que A', C', e B estão todos no mesmo lado do eixo dos ys.

Se $B = (0, y_B)$, então $m_M(\angle ABC) = m_E(\angle A'BC')$ onde A', C' são os seguintes pontos:

$$A' = \begin{cases} (x_A, 2y_A - y_B) \text{ se } x_A > 0 \text{ e } y_A > y_B \\ (x_A, y_A) \text{ nos outros casos.} \end{cases}$$

$$C' = \begin{cases} (x_C, 2y_C - y_B) \text{ se } x_C > 0 \text{ e } y_C > y_B \\ (x_C, y_C) \text{ nos outros casos.} \end{cases}$$